

Sektorforskydninger i en multisektor CGE-model med asymmetrisk vækst

Peter Lihn Jørgensen

Danish Rational Economic Agents Model, DREAM

DREAM Arbejdsrapport 2014:2

Maj 2014

Abstract

We set up a multisector CGE-model for a closed economy with sectoral CES production functions and different Harrod-neutral technological growth rates across sectors. By simulation we show that the model is qualitatively capable of replicating Kuznet's stylized facts about sectorial reallocation of production factors. Further, the model exhibits asymptotically balanced growth consistent with Kaldor's stylized facts of economic growth. Potentially, the model can approximate Kaldor's facts in the short run as well. When the elasticity of substitution is lower than 1 in both the demand function and the production functions, we show that 1) labor is reallocated to the sector with low productivity growth; 2) capital is reallocated to the slow (fast) growing sector, when the elasticity of substitution in the demand function is lower (higher) than the elasticity of substitution between capital and labor in the production functions, and 3) capital will not be fully reallocated to any sector. Furthermore, the fast growing sector will not be able to maintain a high production growth rate in the long run when the elasticity of substitution is below 1. In the asymptotic steady state the growth rate of output in both sectors and in the economy overall will be given by the growth rate in the low-growth sector. These results differ from the existing results of the theoretical literature on nonbalanced growth (for instance Acemoglu and Guerrieri (2008) and Ngai and Pissarides (2006)), which employs sectoral Cobb-Douglas production functions.

Sektorforskydninger i en multisektor CGE-model med asymmetrisk vækst

Peter Lihn Jørgensen, DREAM

28-03-2014

Abstract

I dette papir opstilles en multisektor CGE-model i diskret tid for en lukket økonomi med CES-produktionsfunktioner i sektorerne og asymmetrisk Harrod-neutral teknologisk vækst. Det vises ved simulationer, at modellen (kvalitativt) kan replikere Kuznet's stiliserede kendsgerninger om sektorforskydninger. Endvidere har modellen et asymptotisk balanceret vækstspor, som er i overensstemmelse med Kaldor's stiliserede kendsgerninger om balanceret vækst. Modellen har ligeledes potentiale til (approximativt) at kunne replikere disse på kort sigt. Når substitutionselasticiteten er mindre end 1 i både efterspørgselsfunktionen og i produktionsfunktionerne, vil det gælde, at 1) arbejdskraften allokeres til sektoren med lavest produktivitetsvækst, 2) kapitalapparatet allokeres til den langsomt (hurtigt) voksende sektor, hvis substitutionselasticiteten i efterspørgselsfunktionen er lavere (højere) end sektorernes substitutionselasticitet mellem produktionsfaktorerne, og 3) kapitalapparatet vil kun delvist blive reallokeret mellem sektorerne. Endvidere vil den hurtigt voksende sektor ikke kunne opretholde en høj produktionsvækst på langt sigt. I den asymptotiske steady-state vil vækstraten i begge sektorer - og i økonomien i øvrigt - være givet ved vækstraten i den langsomt voksende sektor. Afslutningsvist undersøges det kvantitativt, hvor store fremskrivningsfejlene er, når modellen lukkes med en steady-state-betingelse efter et begrænset antal perioder, dvs. før steady-state-betingelsen reelt er opfyldt. Ikke overraskende vil fremskrivningsfejlenenes størrelse afhænge af, hvor tidligt (dvs. hvor langt fra steady-state) modellen lukkes. Endvidere vises det, at det oftest kun vil være den sidste del af en fremskrivning, der vil være fejlbehæftet, og at længden af den fejlbehæftede periode afhænger af parametriseringen.

Contents

1	Indledning	3
2	Model	5
2.1	Virksomheder	5
2.2	Forbrugere	6
2.3	Kapitalakkumulation og markedsligevægte	6
3	Kalibrering	7
4	Sektorforskydninger med Cobb-Douglas-sektorer	9
4.1	Asymmetriske Hicks-neutrale teknologiske fremskridt (Ngai og Pissarides (2007)) .	9
4.2	Forskellige faktorintensiteter (Acemoglu og Guerreri (2008))	11
4.3	Langsigtede egenskaber	12
5	Sektorforskydninger med CES-sektorer	13
5.1	Benchmark: Asymmetriske Harrod-neutrale teknologiske fremskridt	14
5.2	Langsigtede egenskaber	15
5.3	Forholdet mellem substitutionselasticiteterne i hhv. produktionsfunktionen og efterspørgselsfunktionen	16
5.4	Forskellige initiale faktorintensiteter	18
5.5	Forskellige substitutionselasticiteter i produktionsfunktionerne	19
5.6	Forskellige andels-/niveauparametre i efterspørgselsfunktionen	22
6	Kaldor's stiliserede kendsgerninger	22
7	Lukning i en ikke-asymptotisk fremskrivning	24
8	Konklusion	27
9	Litteratur	29

1 Indledning

Den neoklassiske vækstmodel¹ er blevet en benchmark i moderne vækstteori. Dette skyldes primært dens evne til at replikere Kaldor's stiliserede kendsgerninger. Kaldor's stiliserede kendsgerninger er en række empiriske "lovmæssigheder", som synes at karakterisere økonomisk vækst i det 20. århundrede over en bred kam (Jones og Romer (2009)). Ifølge Kaldor har realrenten, K/Y -forholdet samt indkomstfordelingen mellem kapital og arbejdskraft været omtrent stabil over tid. Som bekendt er alle disse forhold opfyldt i en standard én-sektor Ramsey-model i steady-state.

En anden central karakteristika for moderne vækst er, at store strukturelle forandringer har fundet sted på sektorniveau, sideløbende med at væksten har været balanceret på aggregeret niveau. Den sektorielle sammensætning af de højtudviklede økonomier har ændret sig. Denne stiliserede kendsgerning blev oprindeligt fremsat af Kuznet (1965), som viste, at landbrugets andel af den samlede beskæftigelse i USA havde været aftagende siden starten af 1800-tallet. Samtidig havde industriens og servicesektorens andele været stigende. Siden starten af 1900-tallet har industriens andel været omtrent konstant, mens servicesektorens andel er steget frem til i dag (Acemoglu (2009) s. 698).

I de senere år har der været en øget interesse i litteraturen for at indkorporere sektorforskydninger i den neoklassiske vækstmodel. Litteraturen på området kan overordnet opdeles i to kategorier: Præference-relaterede sektorforskydninger ("efterspørgselsdrevne") og teknologi-relaterede sektorforskydninger ("udbudsdrevne"). Førstnævnte kategori dækker over modeller, hvor man typisk benytter ikke-homotetiske præferencer til at vise, at forbrugere ændrer deres forbrugssammensætning i takt med, at indkomsten stiger (jvf. Engel's Lov)². Dette implicerer, at væksten vil være asymmetrisk på sektorniveau. I den anden kategori lægges vægt på produktivitsforskelle i sektorerne (relateret til Baumol (1967)). Indenfor denne kategori har særligt to nyere artikler fået meget opmærksom: Ngai og Pissarides (2006) (herefter NP) samt Acemoglu og Guerrieri (2008) (herefter AG). I NP-modellen opstår sektorforskydninger som følge af forskellige TFP-vækstrater i sektorerne. I AG-modellen er sektorforskydninger i stedet et resultat af, at sektorerne har forskellige faktorintensiteter, hvormed nogle sektorer bedre kan udnytte kapitalapparatet - og kapitalakkumulationen, der følger af teknologisk vækst.

I dette papir fokuseres på produktivitsforskelle i sektorerne. Både AG- og NP-modellen benytter Cobb-Douglas produktionsfunktioner i sektorerne og Hicks-neutrale teknologiske fremskridt. Dette er et oplagt valg af to årsager: For det første måles produktivitsfremskridt typisk ved Solow-residualet i en Cobb-Douglas produktionsfunktion, hvilket teoretisk set svarer til TFP-væksten i en økonomi. For det andet er TFP-vækst udelukkende foreneligt med balanceret vækst, hvis produktionsfunktionen er Cobb-Douglas, jvf. Usawa's teorem.³ Antagelsen om at substitutionselasticiteten mellem produktionsfaktorerne er lig 1 er imidlertid en knivspidsantagelse. I anvendte modeller⁴ antages det almindeligvis, at sektorerne produktionsfunktioner er CES (hvor substitutionselasticiteten er mindre end 1). I dette papir vil vi derfor undersøge konsekvenserne af at udskifte Cobb-Douglas-funktionerne med CES-funktioner. For at få balanceret vækst på langt sigt er det således nødvendigt at benytte Harrod-neutrale teknologiske fremskridt. Modellen svarer derudover fuldstændigt til AG-modellen (som ydermere minder meget om NG-

¹Ramsey-Cass-Koopmans-modellen (1965)

²Se eksempelvis Kongsamut, Rebelo og Xie (2001), som benytter Stone-Geary præferencer

³Ifølge Usawa's teorem er en nødvendig betingelse for balanceret vækst (med et konstant Y/K -forhold), at produktionsfunktionen kan repræsenteres på den Harrod-neutrale form $F(K,AL)$, jvf. Groth (2013)

⁴herunder DREAM-modellen

modellen)⁵.

Udvidelsen fra Cobb-Douglas- til CES-funktioner viser sig at have relativt stor betydning for konklusionerne - særligt vedrørende sektorforskydningernes karakter. Asymmetrisk teknologisk vækst giver anledning til ændringer i de relative priser. Ændringer i de relative priser betyder dels, at de relative priser på kapital og arbejdskraft udvikler sig forskelligt i sektorerne, og dels at efterspørgslen efter sektorenes output udvikler sig forskelligt. Disse to effekter påvirker sektorallokeringen af produktionsfaktorerne i forskellige retninger, og substitutionselasticiteterne i hhv. efterspørgslen og i produktionsfunktionerne afgør, hvilken effekt der er dominerende (og dermed hvilken sektor, produktionsfaktorerne reallokeres til). Overordnet vil det gælde, at både kapitalapparatet og arbejdskraften reallokeres til den langsomt voksende sektor, hvis substitutionselasticiteten i efterspørgslen er mindre end 1 og produktionsfunktionerne er Cobb-Douglas (hvor substitutionselasticiteten som bekendt er lig 1). Endvidere vil begge produktionsfaktorerne blive fuldt ud reallokeret.

Når substitutionselasticiteterne i produktionsfunktionerne er mindre end 1 (og de teknologiske fremskridt er Harrod-neutrale), vil det fortsat gælde, at arbejdskraften reallokeres fuldt ud til den langsomt voksende sektor. Det samme gælder imidlertid ikke for kapitalapparatet. Kun hvis substitutionselasticiteterne i produktionsfunktionerne er større end substitutionselasticiteten i efterspørgselsfunktionen, vil kapitalapparatet blive reallokeret til den langsomt voksende sektor. Hvis det modsatte er tilfældet, reallokeres kapitalapparatet til den hurtigt voksende sektor. Endvidere vil kapitalapparatet aldrig blive fuldt ud reallokeret, når der er begrænset substitution mellem produktionsfaktorerne. CES-funktioner kan således på flere måder skabe en asymmetri i sektorallokeringen af produktionsfaktorerne.

En anden central forskel på Cobb-Douglas-tilfældet og CES-tilfældet er, at den hurtigt voksende sektor ikke kan opretholde en permanent højere produktionsvækst, når substitutionselasticitete(r)n(e) er mindre end 1. Begge modeller har en asymptotisk balanceret vækststi, hvor vækstraten i den aggregerede produktion er givet ved den Harrod-neutrale vækstrate i den langsomt voksende sektor. Udviklingen i sektorernes produktioner er imidlertid fundamentalt forskellige.

Udvidelsen af AG-modellen med CES-produktionsfunktioner er første skridt mod at bygge en realistisk model, som kan replikere sektorforskydningerne mellem landbrugs-, industri- og servicesektoren, som er observeret historisk, jvf. Kuznet. For at få en velspecificeret model for Danmark, som kan kalibreres til dansk nationalregnskabsdata, er det nødvendigt at udbygge modellen på en række punkter. Helt afgørende er det, at økonomien skal være en åben økonomi - og ikke en lukket økonomi, som i dette papir⁶. Dette papir er således primært tænkt som et teknisk baggrundspapir for den videre udbygning af modellen, herunder fastsættelsen af en række substitutionselasticiteter samt andre centrale parameter-værdier. Endvidere skulle modellen gerne give en forståelse af de underliggende mekanismer, der ligger til grund for sektorforskydninger i denne type modeller.

Papiret er opbygget på følgende måde: I afsnit 2 opstilles den anvendte model; I afsnit 3 kalibreres modellen til en benchmark-fremskrivning; I afsnit 4 vises, hvordan sektorforskydninger opstår i AG-modellen og i NP-modellen; I afsnit 5 analyseres sektorforskydninger med CES-sektorer; Afsnit 6 omhandler Kaldor's stiliserede kendsgerninger og modellernes evne til at replikere disse; I afsnit 7 undersøges det

⁵NP-modellen har en speciel sektorstruktur, hvor flere sektorer producerer forbrugsgoder, mens kun én sektor producerer kapitalgodet.

⁶Forudsat at den teknologiske udvikling i udlandets sektorer ikke afviger væsentligt fra udviklingen i de indenlandske sektorer, vil prisudviklingen ligeledes være ensartet. I dette tilfælde vil en åbning af økonomien formentlig ikke have betydning for de kvalitative konklusioner vedrørende sektorforskydninger.

kvantitativt, hvilken betydning det har at lukke modellen med en steady-state-betingelse, før steady-state-betingelsen reelt er opfyldt. Dette er en central problemstilling ved den praktiske anvendelse af modeller, som kun har en asymptotisk steady state. Endelig konkluderes i afsnit 8.

2 Model

Modellen er en to-sektor model⁷ i diskret tid med asymmetrisk vækst i sektorerne. De to sektors output produceres med CES-produktionsfunktioner, og varerne fungerer endvidere som inputs i et efterspørgselsaggregat. Dette aggregat kan tolkes som en produktionsfunktion for et endeligt gode eller som et forbrugsaggregat. Herudover svarer modellen til en standard én sektor Ramsey-model med en Keynes-Ramsey forbruger og en standard kapitalakkumulationsligning.

2.1 Virksomheder

Antag, at to sektorer leverer inputs til en final-goods-sektor, der har CES-produktionsfunktionen:

$$Y = \left[\gamma_1^{1/\varepsilon} Y_{1,t}^{(\varepsilon-1)/\varepsilon} + \gamma_2^{1/\varepsilon} Y_{2,t}^{(\varepsilon-1)/\varepsilon} \right]^{\varepsilon/(\varepsilon-1)}$$

hvor Y_j ($j = 1, 2$) produceres med CES-funktionen:

$$Y_{j,t} = \left[\alpha_{L,j}^{1/\sigma_j} (B_{j,t} A_{j,t} L_{j,t})^{(\sigma_j-1)/\sigma_j} + \alpha_{K,j}^{1/\sigma_j} (B_{j,t} K_{j,t-1})^{(\sigma_j-1)/\sigma_j} \right]^{\sigma_j/(\sigma_j-1)}$$

hvor $A_j(t)$ er Harrod-neutrale teknologiske fremskridt, og $B_{j,t}$ er Hicks-neutrale teknologiske fremskridt.

Endeligt gode

Under fuldkommen konkurrence vælger producenten af det endelige gode inputs $Y_{j,t}$ med henblik på at maksimere profitten, \prod_t , givet prisen, P_t :

$$\max_{Y_1^1, Y_1^2} \prod = P_t Y_t - P_{1,t} Y_{1,t} - P_{2,t} Y_{2,t}$$

Dette giver anledning til efterspørgselsfunktionerne:

$$Y_{j,t} = \gamma_j \left(\frac{P_{j,t}}{P_t} \right)^{-\varepsilon} Y_t$$

og nulprofit-betingelsen:

$$P_t Y_t = P_{1,t} Y_{1,t} + P_{2,t} Y_{2,t}$$

P_t benyttes som numaire, dvs. $P_t = 1$.

⁷Modellen kan uden videre udvides til n sektorer. Antagelsen om to sektorer gør det imidlertid nemmere at forklare resultaterne

Intermediate goods

Sektor j -producenten vælger $K_{j,t}$ og $L_{j,t}$ med henblik på at maksimere profitten, $\Pi_{j,t}$, givet prisen $P_{j,t}$:

$$\max_{K_{j,t}, L_{j,t}} \Pi = P_{j,t} Y_{j,t} - w_t L_{j,t} - (r_t + \delta) K_{j,t-1}$$

hvilket giver anledning til efterspørgselsfunktionerne:

$$B_{j,t} A_{j,t} L_{j,t} = \alpha_{L,j} \left(\frac{w_t / (B_{j,t} A_{j,t})}{P_{j,t}} \right)^{-\sigma_j} Y_{j,t}$$

$$B_{j,t} K_{j,t-1} = \alpha_{K,1} \left(\frac{r_t + \delta}{B_{j,t} P_{j,t}} \right)^{-\sigma_j} Y_{j,t}$$

og nulprofit-betingelsen:

$$P_{j,t} Y_{j,t} = w_t L_{j,t} + (r_t + \delta) K_{j,t-1}$$

2.2 Forbrugere

Nyttefunktionen er en standard CRRA-funktion⁸:

$$U_t = \sum \beta^t \frac{C_t^{1-\theta}}{1-\theta}$$

og budgetbetingelsen:

$$K_t = (1 + r_t) K_{t-1} + w_t L_t - C_t$$

Forbrugeren maksimerer sin nyttefunktion givet budgetbetingelsen. Heraf fås Keynes-Ramsey-reglen:

$$C_{t+1} = [\beta(1 + r_{t+1})]^{1/\theta} C_t$$

2.3 Kapitalakkumulation og markedsligevægte

Kapitalakkumulation⁹:

$$K_t = (1 - \delta) K_{t-1} + I_t$$

Markedsligevægte:

$$Y_t = C_t + I_t$$

⁸Constant relative risk aversion

⁹Kapitalakkumulationens-ligningen kombineret med efterspørgselsfunktionen implicerer, at forbrugsfunktionen og investeringsfunktionen er den samme. Dette er naturligvis en simplificerende antagelse, som givetvis kan have betydning for de kvalitative konklusioner

$$L_{1,t} + L_{2,t} = \bar{L}$$

$$K_{1,t} + K_{2,t} = K_t$$

Numaire:

$$P_t = 1$$

Samt j initiabetingelser:

$$K_{j,0} = \bar{K}_{j,0}$$

og terminalbetingelsen:

$$\frac{C_T}{A_{j,T}} = \frac{C_{T-1}}{A_{j,T-1}}$$

(Steady state-betingelsen vil afhænge af, hvilken sektor der er asymptotisk dominerende, jvf. senere).

3 Kalibrering

Antag, at økonomien er i stationary state (dvs. en tilstand uden vækst),¹⁰ og at vi har følgende Nationalregnskab for økonomien:

Tabel 1: Nationalregnskab

	Sektor 1	Sektor 2	C	I	Efterspørgsel
Sektor 1	0	0	54,65	45,35	100
Sektor 2	0	0	54,65	45,35	100
Lønsum	50	50			
Restindkomst	50	50			
Produktionsværdi	100	100			

Antag endvidere at $P_t = P_{j,t} = w_t = A_{j,t} = 1$.

Fra Keynes-Ramsey-reglen fås:

$$\beta = \frac{1}{1+r}$$

Antag, at $\beta = 0.97$. Dette giver renten

$$r \simeq 0.0309$$

Efterspørgselssystem for final goods- producent bliver:

¹⁰Strengt taget bør kalibreringen være dynamisk, da der er vækst i modellen. Med en statisk kalibrering vil der være en såkaldt "burn-in"-periode i starten af hver fremskrivning, hvor modellen tilpasser sig til en vækst-tilstand. Denne burn-in-periode vil vi se bort fra i analysen. Dette har ingen betydning for konklusionerne.

$$\gamma_1 = \frac{Y_1}{Y}$$

$$\gamma_2 = \frac{Y_2}{Y}$$

$$Y = Y_1 + Y_2$$

Fra Nationalregnskabet har vi, at $Y_{1,t} = Y_{2,t} = 100$. Vi har dermed tre ligninger med tre ubekendte, hvor løsningen er:

$$\gamma_1 = 0.5$$

$$\gamma_2 = 0.5$$

$$Y = 200$$

Fra efterspørgselssystemet for sektor j - producenten:

$$\alpha_{L,j} = \frac{L_j}{Y_j}$$

$$\alpha_{K,j} = \frac{K_j}{Y_j} (r + \delta)^{\sigma_j}$$

Fra nationalregnskabet har vi, at $L_1 = L_2 = 50$. Dette giver os:

$$\alpha_{L,1} = \alpha_{L,2} = \frac{50}{100} = 0.5$$

Vi mangler fortsat at kalibrere: $\alpha_{K,1}$, $\alpha_{K,2}$, K_1 , K_2 , C , I og δ

Antag $\delta = 0.3$ ¹¹.

Kapitalapparatet kan nu kalibreres ud fra nulprofitbetingelsen:

$$K_j = \frac{Y_j - L_j}{r + \delta} = \frac{100 - 50}{0,0309 + 0,3} \approx 151,1$$

$\alpha_{K,j}$ kan nu kalibreres:

$$\alpha_{K,j} = \frac{K_j}{Y_j} (r + \delta)^{\sigma_j} = \frac{151,1}{100} (0,0309 + 0,3)^{\sigma_j}$$

(Værdien vil afhænge af, hvilken type produktionsfunktion, vi benytter, dvs. Cobb-Douglas ($\sigma = 1$) eller CES (hvor vi benytter $\sigma = 0,7$)).

Investeringerne, I , kalibreres vha. kapitalakkumulationsrelationen:

¹¹(for nemheds skyld snyder vi lidt)

$$I = \delta K = 0,3 * 151,1 * 2 \approx 90,7$$

Endelig bestemmes C vha. varemarkedslikevægten:

$$C_t = Y_t - I_t = 200 - 90,7 \approx 109,3$$

De to resterende koefficienter er θ og ε . Koefficienten for relativ risiko-aversion i nyttefunktionen sættes lig 2 ($\theta = 2$), hvilket er en standard-antagelse. Substitutionselasticiteten i efterspørgselsfunktion/ produktionsfunktionen for det endelige gode sættes lig 0,4 ($\varepsilon = 0,4$) (denne skal som udgangspunkt blot være mindre end 1).

4 Sektorforskydninger med Cobb-Douglas-sektorer

I dette afsnit vil vi kort replikere nogle centrale resultater fra hhv. Ngai og Pissarides (2006) og Acemoglu og Guerrieri (2007). Vi benytter derfor Hicks-neutrale teknologiske fremskridt (variablen $B_{j,t}$) samt Cobb-Douglas produktionsfunktioner i sektorerne¹². I AG-modellen demonstreres det, at sektorforskydninger kan opstå, hvis sektorernes har forskellige faktorintensiteter ($\alpha_{L,1} \neq \alpha_{L,2}$), mens sektorforskydninger i NP-modellen skyldes forskellige Hicks-neutrale teknologiske fremskridt ($g^{B_1} \neq g^{B_2}$). I realiteten er dette to sider af samme sag. Med Hicks-neutrale teknologiske fremskridt og Cobb-Douglas produktionsfunktioner er de Harrod-neutrale teknologiske vækstrater nemlig givet ved $g^{A_j} = \frac{g^{B_j}}{\alpha_j}$. Forskellige Hicks-neutrale teknologiske fremskridt og forskellige faktorintensiteter er dermed blot to måder til at opnå det samme, nemlig forskellige Harrod-neutrale teknologiske fremskridt. I disse modeller opstår der således kun sektorforskydninger, hvis de Harrod-neutrale teknologiske fremskridt er forskellige.

4.1 Asymmetriske Hicks-neutrale teknologiske fremskridt (Ngai og Pissarides (2007))

I det følgende betragtes kun tilfældet, hvor substitutionselasticiteten i efterspørgselsfunktionen er mindre end 1 ($\varepsilon < 1$). Endvidere antages, at sektor 2 er den hurtigt voksende sektor, dvs. $g^{A_1} < g^{A_2}$. I NP-modellen benyttes asymmetriske Hicks-neutrale teknologiske fremskridt ($g_1^{Hicks} \neq g_2^{Hicks}$) til at generere sektorforskydninger. Sektorernes har altså de samme (Cobb-Douglas) produktionsfunktioner og adskiller sig kun i kraft af deres Hicks-neutrale teknologiske vækstrater. Betragt produktionsforholdet, $\frac{Y_{1,t}}{Y_{2,t}}$, kapitalforholdet, $\frac{K_{1,t}}{K_{2,t}}$, arbejdskraftforholdet, $\frac{L_{1,t}}{L_{2,t}}$, samt de relative priser, $\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}}$:

$$\frac{Y_{1,t}}{Y_{2,t}} = \frac{\gamma_1 \left(\frac{P_{1,t}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} Y_t}{\gamma_2 \left(\frac{P_{2,t}}{P_t}\right)^{-\varepsilon} Y_t} = \left(\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}}\right)^{-\varepsilon}$$

¹²Cobb-Douglas-funktionen er et grænsetilfælde af CES-funktionen (for $\sigma_j \rightarrow 1$). Da CES-funktionen ikke er defineret for $\sigma = 1$, sættes $\sigma_j = 0,99$ i GAMS-modellen. Dette er en meget tæt approksimation til Cobb-Douglas-funktionen, og det har ingen betydning for konklusionerne.

$$\frac{B_{1,t}K_{1,t-1}}{B_{2,t}K_{2,t-1}} = \frac{\alpha_{K,1} \left(\frac{(r_t+\delta)/B_{1,t}}{P_{1,t}} \right)^{-1} Y_{1,t}}{\alpha_{K,2} \left(\frac{(r_t+\delta)/B_{2,t}}{P_{2,t}} \right)^{-1} Y_{2,t}} \Rightarrow \frac{K_{1,t-1}}{K_{2,t-1}} = \left(\frac{P_{2,t}}{P_{1,t}} \right)^{-1} \frac{Y_{1,t}}{Y_{2,t}}$$

$$\Rightarrow \frac{K_{1,t-1}}{K_{2,t-1}} = \left(\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}} \right)^{1-\varepsilon}$$

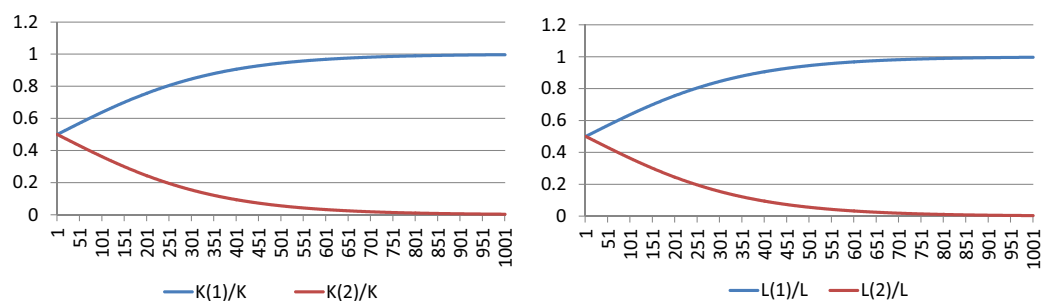
$$\frac{B_{1,t}L_{1,t}}{B_{2,t}L_{2,t}} = \frac{\alpha_{L,1} \left(\frac{w_t/B_{1,t}}{P_{1,t}} \right)^{-1} Y_{1,t}}{\alpha_{L,2} \left(\frac{w_t/B_{2,t}}{P_{2,t}} \right)^{-1} Y_{2,t}} \Rightarrow \frac{L_{1,t}}{L_{2,t}} = \left(\frac{P_{2,t}}{P_{1,t}} \right)^{-1} \frac{Y_{1,t}}{Y_{2,t}}$$

$$\Rightarrow \frac{L_{1,t}}{L_{2,t}} = \left(\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}} \right)^{1-\varepsilon}$$

$$\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}} = \frac{\frac{1}{B_{1,t}} \left(\frac{w}{\alpha_L} \right)^{\alpha_L} \left(\frac{r_t+\delta}{\alpha_K} \right)^{\alpha_K}}{\frac{1}{B_{2,t}} \left(\frac{w}{\alpha_L} \right)^{\alpha_L} \left(\frac{r_t+\delta}{\alpha_K} \right)^{\alpha_K}} = \frac{B_{2,t}}{B_{1,t}}$$

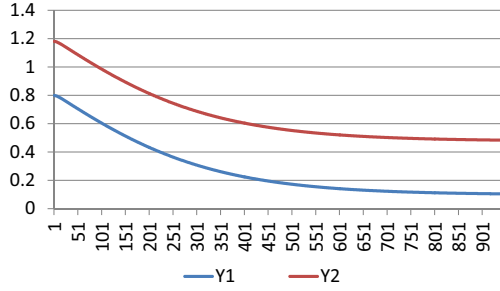
Det ses, at produktions-, kapital-, og arbejdskraftforholdet alle er en funktion af de relative priser. Endvidere afhænger de relative priser udelukkende af det relative teknologiniveau, $B_{2,t}/B_{1,t}$. Hvis sektor 2 har en permanent højere Hicks-neutral teknologisk vækstrate ($g^{B_1} < g^{B_2}$)¹³, følger det, at de relative priser, $P_{1,t}/P_{2,t}$ permanent vil stige. Dette betyder endvidere at kapital- og arbejdskraftforholdet permanent vil stige (da $\varepsilon < 1$), mens produktionsforholdet permanent vil falde. Produktionsfaktorerne vil dermed blive fuldstændigt reallokeret til den langsomt voksende sektor 1 - til trods for, at produktionsvæksten er permanent højere i sektor 2. Figur 1 viser sektorforskydningerne i hhv. K og L , mens figur 2 viser vækstraterne i sektorenes produktioner.

Figur 1: Sektorenes kapital- og arbejdskraftsandele (pct.)



¹³Vi sætter $g^{B_1} = 0,05$ og $g^{B_2} = 1,00$

Figur 2: Vækstrater i sektorernes produktion (pct.)



Når produktionsvæksten i sektor 2 kan være permanent højere, selvom produktionsfaktorerne reallokeres til sektor 1, skyldes det antagelsen om, at $\varepsilon < \sigma = 1$ ¹⁴. Når de relative priser, $\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}}$, stiger, giver det anledning til to modsatrettede effekter: For det første falder de relative priser på kapital og arbejdskraft ($\frac{r_t + \delta}{P_{j,t}}$ og $\frac{w_t}{P_{j,t}}$) i den langsomt voksende sektor (1) relativt til den hurtigt voksende sektor (2). Isoleret set vil produktionsfaktorerne derfor blive reallokeret til den langsomt voksende sektor ($\frac{K_{1,t}}{K_{2,t}}$ og $\frac{L_{1,t}}{L_{2,t}}$ stiger). På den anden side falder produktionen i den hurtigt voksende sektor i forhold til den langsomt voksende sektor ($\frac{Y_{1,t}}{Y_{2,t}}$ falder). Dette vil - alt andet lige - give anledning til reallokering af produktionsfaktorerne til den hurtigt voksende sektor ($\frac{K_{1,t}}{K_{2,t}}$ og $\frac{L_{1,t}}{L_{2,t}}$ falder). Da $\varepsilon < \sigma = 1$ vil førstnævnte effekt dominere, hvorfor produktionsfaktorerne reallokeres til den langsomt voksende sektor ($\frac{K_{1,t}}{K_{2,t}}$ og $\frac{L_{1,t}}{L_{2,t}}$ stiger samlet set).

4.2 Forskellige faktorintensiteter (Acemoglu og Guerrieri (2008))

Acemoglu og Guerrieri (2008) viser, at forskellige sektorielle kapitalintensiteter ($\alpha_{K,1} \neq \alpha_{K,2}$) kombineret med ens Hicks-neutrale teknologiske fremskridt ($g_1^{Hicks} = g_2^{Hicks} > 0$)¹⁵ kan generere sektorforskydninger. Antag at sektor 2 er kapitalintensiv ($\alpha_{K,1} < \alpha_{K,2}$)¹⁶. Betragt kapital- og arbejdskraftforholdet samt de relative priser i denne model¹⁷:

$$\frac{K_{1,t-1}}{K_{2,t-1}} = \frac{\alpha_{K,1}}{\alpha_{K,2}} \left(\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}} \right)^{1-\varepsilon}$$

$$\frac{L_{1,t}}{L_{2,t}} = \frac{\alpha_{L,1}}{\alpha_{L,2}} \left(\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}} \right)^{1-\varepsilon}$$

$$\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}} = \frac{\frac{1}{B_{1,t}} \left(\frac{w}{\alpha_{1,L}} \right)^{\alpha_{1,L}} \left(\frac{r_t + \delta}{\alpha_{1,K}} \right)^{\alpha_{1,K}}}{\frac{1}{B_{2,t}} \left(\frac{w}{\alpha_{2,L}} \right)^{\alpha_{2,L}} \left(\frac{r_t + \delta}{\alpha_{2,K}} \right)^{\alpha_{2,K}}} = \left(\frac{r_t + \delta}{w_t} \right)^{\alpha_{1,K} - \alpha_{2,K}}$$

Det fremgår, at de relative priser er givet ved de relative faktorpriser opløftet i ($\alpha_{1,K} - \alpha_{2,K}$). I vores parametrisering er $\alpha_{1,K} < \alpha_{2,K}$ (sektor 2 er kapitalintensiv). Teknologiske fremskridt vil give kapita-

¹⁴Substitutionselasticiteten mellem kapital og arbejdskraft (σ) måler den procentvise ændring i den relative efterspørgsel efter kapital og arbejdskraft som følge af en procentvis ændring i de relative priser på kapital og arbejdskraft. Tilsvarende måler substitutionselasticiteten mellem de to varer (ε) den procentvise ændring i den relative efterspørgsel efter de to varer som følge af en procentvis ændring i den relative pris.

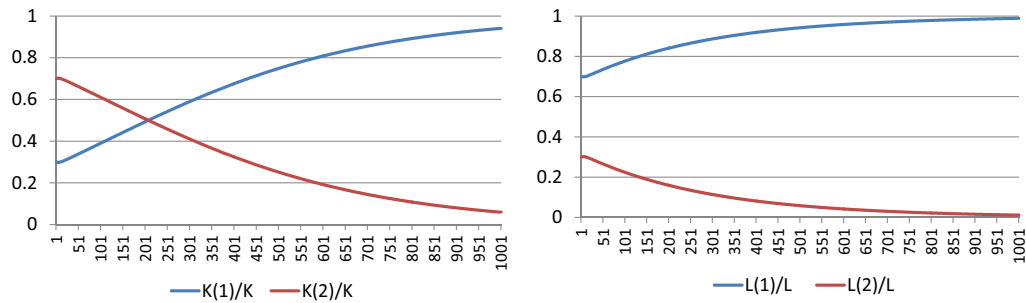
¹⁵ $g_1^{Hicks} = g_2^{Hicks} = 1,00$

¹⁶Vi benytter $\alpha_{K,1} = 0,3$ og $\alpha_{K,2} = 0,7$

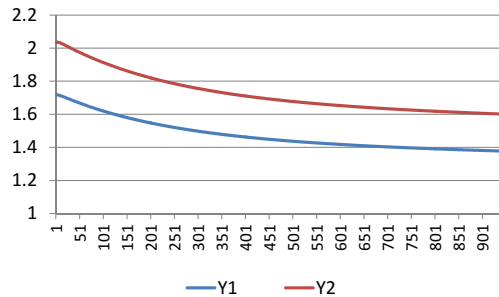
¹⁷I udtrykket for de relative priser har vi benyttet, at der er konstant skalaafkast, dvs. $\alpha_{j,L} = 1 - \alpha_{j,K}$

akkumulation og dermed øge K/L -forholdet i økonomien. Dette vil give et fald i den relative faktorpris, $(r_t + \delta)/w_t$, da marginalproduktet af kapital falder, mens marginalproduktet af arbejdskraft stiger. Et fald i den relative faktorpris vil give et fald i de relative priser, når $\alpha_{1,K} - \alpha_{2,K} > 0$, da den kapitalintensive sektor 2 vil kunne sænke sin pris relativt til den arbejdskraftintensive sektor 1. Dette vil øge den relative produktion, mens faktorandelene vil falde. Igen skyldes dette, at $\varepsilon < \sigma = 1$. Figur 3-4 viser sektorforskydningerne i hhv. K og L og vækstraterne i sektorenes produktioner.

Figur 3: Sektorenes kapital- og arbejdskraftandele (pct.)



Figur 4: Vækst i sektorenes produktioner (pct.)



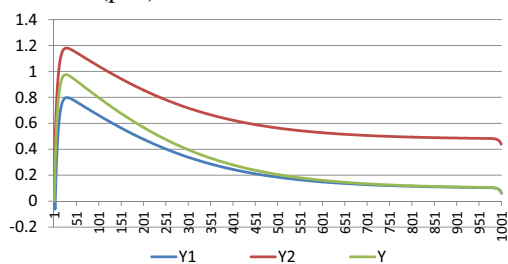
4.3 Langsigtede egenskaber

I de simple modeller af AG og NP med Cobb-Douglas produktionsfunktioner er væksten asymptotisk balanceret på aggregeret niveau (og ubalanceret på sektorniveau)¹⁸. Balanceret vækst i to-sektor-modellen er et resultat af de samme mekanismer som i en standard én-sektor Ramsey-model. Fuldkommen konkurrence sikrer, at marginalproduktet af kapital er ens i de to sektorer. I sektor 2 vil kombinationen af høj produktivitetsvækst og relativt lav kapitalakkumulation øge marginalproduktet af kapital. Omvendt vil den højere produktion mindske marginalproduktet af kapital, da der er aftagende marginalprodukt af sektorenes output i efterspørgselsaggregatet. I sektor 1 vil det modsatte være tilfældet. Samlet set vil kapitalakkumulation mindske marginalproduktet af kapital og dermed renten. En lavere rente øger forbruget og mindsker investeringerne, indtil disse præcis kan opveje nedslidningen af det effektive (aggregerede) kapitalapparat.

¹⁸Kombinationen af balanceret vækst på aggregeret niveau og ubalanceret vækst på sektorniveau karakteriserer forfatterne som en "constant growth path" (i stedet for en "balanced growth path")

På vejen mod steady-state vil produktionen af det endelige gode, Y_t , vokse med et vægtet gennemsnit af de to sektoreres vækstrater. Begge sektoreres vækstrater vil være aftagende, da der er aftagende marginalprodukt af kapital (og da begge sektoreres output benyttes i kapitalproduktionen med $\varepsilon < 1$). Med Cobb-Douglas produktionsfunktioner vil vækstraten i den hurtigt voksende sektor være permanent højere end i den langsomt voksende sektor, til trods at samtlige produktionsfaktorer reallokeres til den langsomt voksende sektor. Årsagen er, at den hurtigt voksende sektor permanent kan øge sin produktion (og sænke sin pris) i takt med de teknologiske fremskridt, når produktionsfunktionen er Cobb-Douglas. Den permanente vækst i de relative priser forklarer ligeledes den fuldstændige reallokering af produktionsfaktorerne, i det de relative priser på kapital og arbejdskraft permanent falder i den langsomt voksende sektor (og permanent stiger i den hurtigt voksende sektor). Vækstraten i makroproduktionen, Y_t , og kapitalapparatet, K_t , vil konvergere mod vækstraten i den langsomt voksende sektor, jvf. fig 5¹⁹. Dette skyldes den begrænsede substitution i CES-efterspørgselsfunktionen: Når $\varepsilon < 1$ vil konstant vækst i de relative inputs, $\frac{Y_{1,t}}{Y_{2,t}}$, give aftagende vækst i output, Y_t .²⁰

Figur 5 - Vækstrater i hhv. sektorernes produktion og aggregerede produktion med Cobb-Douglas-sektorer (pct.)



5 Sektorforskydninger med CES-sektorer

I det følgende analyseres betydningen af at udskifte Cobb-Douglas produktionsfunktionerne med CES-funktioner, hvor kapital og (effektiv) arbejdskraft er nødvendige inputs i produktionen ($\sigma < 1$). I den generelle CES-funktion er Harrod-neutrale teknologiske fremskridt en forudsætning for at få balanceret vækst. Af den grund benyttes Harrod-neutrale teknologiske fremskridt (variablen $A_{j,t}$). Endvidere analyseres forskellige parametriseringer af modellen. I alle tilfælde betragtes parameterverdierne $\sigma < 1$ og $\varepsilon < 1$ samt tilfældet hvor $g_1^A < g_2^A$.²¹

Det viser sig, at sektorforskydningerne kan have en meget anderledes karakter, når produktionsfunktionerne er CES, og de teknologiske fremskridt er Harrod-neutrale. I det følgende vises det, at 1) arbejdskraften fortsat allokeres til sektoren med lavest produktivitetsvækst, 2) kapitalapparatet allokeres til den langsomt (hurtigt) voksende sektor, hvis substitutionselasticiteten mellem de forskellige sektoreres goder er lavere (højere) end sektorernes substitutionselasticitet mellem produktionsfaktorerne, og 3) kapitalapparatet vil kun delvist blive reallokeret mellem sektorerne, da kapital er et nødvendigt produktionsinput.

¹⁹Figuren viser vækstraterne fra NP-simulationen

²⁰Hvis $\varepsilon > 1$ ville den asymptotiske vækstrate derimod være givet ved vækstraten i den hurtigt voksende sektor

²¹Vi benytter $g_1^A = 0,05$ og $g_2^A = 3,0$

5.1 Benchmark: Asymmetriske Harrod-neutrale teknologiske fremskridt

I benchmarkfremskrivningen antages det, at sektorerne er helt ens bortset fra deres Harrod-neutrale fremskridt. Det antages, at sektor 2 er den hurtigt voksende sektor. Med CES-produktionsfunktioner i sektorerne (og $\sigma < 1$) og Harrod-neutral teknologisk vækst vil sektorforskydningerne være anderledes end i Cobb-Douglas tilfældet. Først og fremmest vil kapitalapparatet ikke blive fuldt ud reallokeret til én sektor. Dette skyldes den begrænsede substitution mellem kapital og (effektiv) arbejdskraft, når $\sigma < 1$. Betragt sektorandelene i CES-systemet (med Harrod-neutrale teknologiske fremskridt):

$$\frac{Y_{1,t}}{Y_{2,t}} = \left(\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}} \right)^{-\varepsilon}$$

$$\frac{K_{1,t-1}}{K_{2,t-1}} = \left(\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}} \right)^{\sigma-\varepsilon}$$

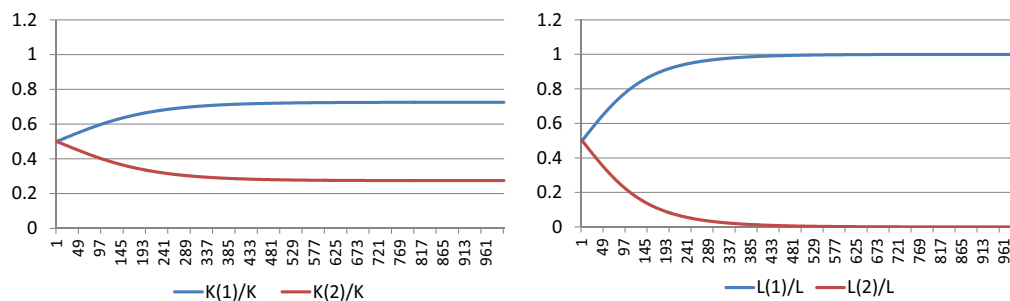
$$\frac{L_{1,t}}{L_{2,t}} = \left(\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}} \right)^{\sigma-\varepsilon} \left(\frac{A_{1,t}}{A_{2,t}} \right)^{\sigma-1}$$

$$\frac{K_{j,t-1}}{A_{j,t}L_{j,t}} = \left(\frac{r_t + \delta}{w_t/A_{j,t}} \right)^{-\sigma}$$

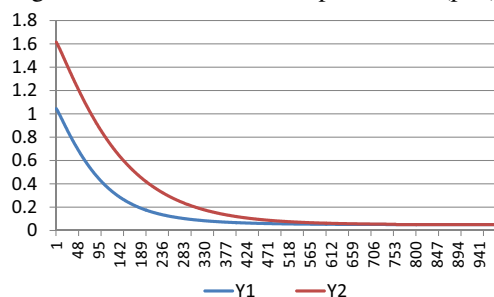
$$\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}} = \frac{[\alpha_{1,K}(r_t + \delta)^{1-\sigma} + \alpha_{1,L}(w_t/A_{1,t})^{1-\sigma}]^{1/(1-\sigma)}}{[\alpha_{2,K}(r_t + \delta)^{1-\sigma} + \alpha_{2,L}(w_t/A_{2,t})^{1-\sigma}]^{1/(1-\sigma)}} = \left(\frac{\alpha_{1,K}(r_t + \delta)^{1-\sigma} + \alpha_{1,L}(w_t/A_{1,t})^{1-\sigma}}{\alpha_{2,K}(r_t + \delta)^{1-\sigma} + \alpha_{2,L}(w_t/A_{2,t})^{1-\sigma}} \right)^{1/(1-\sigma)}$$

Det ses, at de relative priser ikke længere blot er en funktion af det relative teknologiniveau. Dette skyldes, at lønkvoten ikke længere er konstant, når $\sigma < 1$. En konstant vækst i det relative teknologiniveau vil give en aftagende (negativ) vækst i de relative priser, da lønkvoten i den hurtigt voksende sektor vil være aftagende. Lønomsparinger vil derfor udgøre en stadig mindre del af virksomhedens samlede omkostninger, hvormed arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt vil betyde stadig mindre for outputprisen. Med tiden vil teknologiske fremskridt have en forsvindende lille effekt på de relative priser, da den hurtigt voksende sektor har skilt sig af med (så godt som) al arbejdskraft. Dermed vil både kapitalforholdet og produktionsforholdet blive stabiliseret. Dette implicerer ligeledes, at den hurtigt voksende sektor ikke kan opretholde en permanent højere vækstrate i produktionen. Kapitalapparatet vil aldrig blive fuldt ud reallokeret til den langsomt voksende sektor, da de relative priser med tiden vil blive stabiliseret. Dette resultat hviler ikke på antagelsen om, at faktorintensiteterne er symmetriske i udgangsåret ($\alpha_{1,L} = \alpha_{2,L} = \alpha_L \Leftrightarrow \alpha_{1,K} = \alpha_{2,K} = \alpha_K = 1 - \alpha_L$). Det vises dog i afsnit 5.4, at så godt som hele kapitalapparatet fortsat kan ende i den langsomt voksende sektor, hvis denne er meget kapitalintensiv i udgangsåret (omend hele kapitalapparatet aldrig vil blive fuldt ud reallokeret). Figur 6-7 viser udviklingen i kapital- og arbejdskraftforholdet samt sektorernes produktionsvækst:

Figur 6: Sektorernes kapital- og arbejdskraftandele (pct.)



Figur 7: Vækst i sektorernes produktion (pct.)

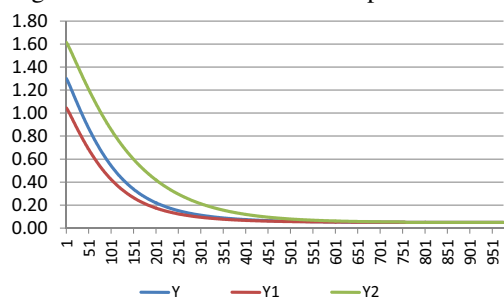


5.2 Langsigtede egenskaber

Når Cobb-Douglas produktionsfunktioner erstattes med CES-produktionsfunktioner (og Harrod-neutral teknologisk vækst) er væksten asymptotisk balanceret både på aggregeret niveau og på sektorniveau. Modellen har således et “fuldkomment” balanceret vækstspor. Den hurtigt voksende sektor kan ikke opretholde en permanent højere vækstrate i produktionen, og vækstraten konvergerer ligeledes mod vækstraten i den langsomt voksende sektor. Den asymptotiske vækstrate i Y (og K) er derfor fortsat givet ved vækstraten i den langsomt voksende sektor. Endvidere er sektorforskydningerne begrænsede. Resultaterne hviler både på antagelsen om, at substitutionselasticiteten mellem produktionsfaktorerne, σ , er mindre end 1, samt at væksten er Harrod-neutral.

Når begrænset substitution kombineres med Harrod-neutrale teknologiske fremskridt, kan den hurtigt voksende sektor ikke opretholde en permanent højere produktionsvækst, i det den har behov for kapital for at kunne producere. I praksis skal sektoren have en permanent højere vækst i K/L -forholdet for at opretholde en permanent højere produktionsvækst. Efterhånden som sektoren har skilt sig af med (så godt som) hele sin arbejdsstyrke, vil substitutionsmulighederne imidlertid være opbrugte, og den høje produktionsvækst ophører. De relative priser vil blive stabiliseret, da den hurtigt voksende sektor - for en given produktion - ikke kan afgive yderligere produktionsfaktorer og dermed mindske sine omkostninger. Når de relative priser og de relative produktioner er stabiliseret, vil kapitalforholdet ligeledes være stabiliseret. Den hurtigt voksende sektor kan ikke øge sin produktion i forhold til den anden sektor, og den må derfor “nøjes” med at vokse i takt med den anden sektor og den samlede økonomi i øvrigt, jvf. figur 8.

Figur 8: Vækstrater i sektorernes produktion og i den aggregerede produktion med CES-sektorer (pct.)



Havde de teknologiske fremskridt i stedet været Hicks-neutrale (som de principielt set er i Cobb-Douglas-modellen) (og $\sigma < 1$), ville den hurtigt voksende sektor fortsat kunne opretholde en permanent højere vækst i produktionen, indtil samtlige produktionsfaktorer var blevet reallokeret til den anden sektor. Hicks-neutrale teknologiske fremskridt gør begge produktionsfaktorer mere produktive, hvorfor den hurtigt voksende sektor kan skille sig af med både sin arbejdskraft og sit kapitalapparat og fortsat have en høj produktionsvækst. Sektorens lønkvote (og kapitalaflønningen) ville være aftagende, men dette vil som udgangspunkt ikke dæmpe pris- eller produktionsudviklingen, da sektoren kan producere med et forsvindende lille input af både kapital og arbejdskraft. Først når (så godt som) alle produktionsfaktorer er reallokeret og den relative produktion, $\frac{Y_{1,t}}{Y_{2,t}}$, er konvergeret mod 0, vil de relative produktioner og priser blive stabiliseret. Den begrænsede substitution mellem produktionsfaktorerne ville således ikke have nogen betydning for de kvalitative konklusioner vedrørende sektorforskydninger. På aggregeret niveau ville væksten imidlertid ikke være balanceret, i det Y/K -forholdet aldrig ville være konstant, jvf. Usawa's teorem.

5.3 Forholdet mellem substitutionselasticiteterne i hhv. produktionsfunktionen og efterspørgselsfunktionen

Første del af parameteranalysen vedrører forholdet mellem substitutionselasticiteterne, σ og ε . I såvel Cobb-Douglas-tilfældet som i CES-benchmark-modellen antog vi, at substitutionselasticiteterne mellem produktionsfaktorerne var lavere end substitutionselasticiteten i efterspørgselsfunktionen (produktionsfunktionen for det endelige gode) ($\sigma > \varepsilon$). I det følgende demonstreres, at kapitalapparatet kun vil blive reallokeret mod den langsomt voksende sektor, når denne antagelse er opfyldt. Når substitutionselasticiteterne i efterspørgslen er højere end substitutionselasticiteten mellem produktionsfaktorerne ($\sigma < \varepsilon$)²², vil kapitalapparatet derimod blive reallokeret mod den hurtigt voksende sektor.

Som vist tidligere er kapitalforholdet med CES-produktionsfunktioner og Harrod-neutral teknologisk vækst givet ved:

$$\frac{K_{1,t-1}}{K_{2,t-1}} = \left(\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}} \right)^{\sigma - \varepsilon}$$

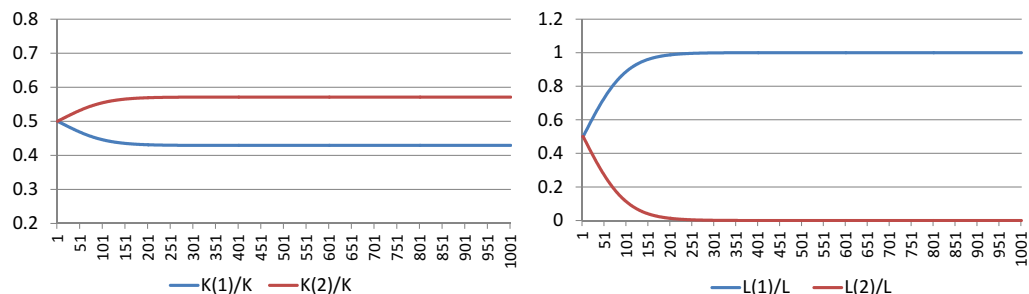
Kapitalforholdet afhænger udelukkende af de relative priser²³. Som forklaret i afsnit 5.1 vil konstant (negativ) vækst i det relative teknologiforhold, $\frac{A_{1,t}}{A_{2,t}}$, resultere i positiv (men aftagende) vækst de relative

²² σ sættes ned fra 0,7 til 0,2. ε er fortsat lig 0,4

²³Da alle sektorer har de samme usercosts ($r_t + \delta$) og samme K-L-substitutionselasticitet (σ)

priser, $\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}}$. Når de relative priser stiger, vil udviklingen i kapitalforholdet afhænge af forholdet mellem substitutionselasticiteterne, σ og ε . Som tidligere forklaret vil vækst i de relative priser give anledning til to modsatrettede effekter: På den ene side falder den relative pris på kapital i den langsomt voksende sektor, $\frac{r_t + \delta}{P_{1,t}}$, relativt til den hurtigt voksende sektor, $\frac{r_t + \delta}{P_{2,t}}$. Isoleret set betyder dette, at kapitalapparatet reallokeres til den langsomt voksende sektor ($\frac{K_{1,t}}{K_{2,t}}$ stiger). Størrelsen af denne effekt afhænger af substitutionselasticiteten mellem produktionsfaktorerne, σ . På den anden side falder den relative efterspørgsel efter sektor 1's varer, $\frac{Y_{1,t}}{Y_{2,t}}$. Dette vil alt andet lige øge allokeringen af kapital til den hurtigt voksende sektor ($\frac{K_{1,t}}{K_{2,t}}$ falder). Denne effekt opfanges af substitutionselasticiteten, ε . Forholdet mellem substitutionselasticiteterne afgør, hvilken effekt som dominerer. Som vist tidligere vil kapitalforholdet stige, når $\sigma > \varepsilon$, da effekten af ændringer i den relative pris på kapital overstiger effekten af ændringer i den relative produktion. Når $\sigma < \varepsilon$ vil det modsatte gøre sig gældende: Kapitalapparatet reallokeres til den hurtigt voksende sektor. I tilfældet hvor $\sigma = \varepsilon$ vil de to effekter være nøjagtigt lige store, hvorfor kapitalforholdet er uafhængigt af ændringer i de relative priser. Dermed vil der ikke ske nogen reallokering af kapitalapparatet. Figur 9 viser sektorforskydningerne i kapitalapparatet og arbejdskraften, når $\sigma < \varepsilon$:

Figur 9: Sektorernes kapital- og arbejdskraftandele (pct.) ($\sigma < \varepsilon$)



Til trods for at kapitalapparatet reallokeres til den hurtigt voksende sektor, vil arbejdskraften fortsat blive reallokeret til den langsomt voksende sektor. Dette kan ligeledes vises:

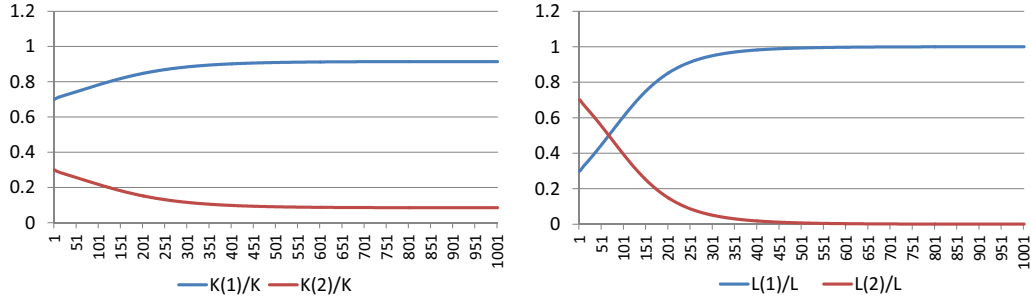
$$\frac{L_{1,t}}{L_{2,t}} = \left(\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}} \right)^{\sigma - \varepsilon} \left(\frac{A_{1,t}}{A_{2,t}} \right)^{\sigma - 1}$$

Teknologiske fremskridt i sektor 2 vil entydigt øge arbejdskraftforholdet. Stigningen i de relative priser giver fortsat anledning til modsatrettede effekter: På den ene side er den relative pris på arbejdskraft, $\frac{w_t}{P_{j,t}}$, faldet i sektor 1 relativt til sektor 2 (hvilket isoleret set øger $\frac{L_{1,t}}{L_{2,t}}$). På den anden side falder sektor 1's produktion relativt til sektor 2's produktion, hvilket alt andet lige vil øge tilførslen af arbejdskraft til sektor 2 ($\frac{L_{1,t}}{L_{2,t}}$ falder). Sidstnævnte effekt dominerer, når $\sigma < \varepsilon$, hvormed stigningen i de relative priser isoleret betyder, at arbejdskraften vil blive reallokeret til sektor 2 ($\frac{L_{1,t}}{L_{2,t}}$ stiger). Et fald i det relative teknologiforhold, $\frac{A_{1,t}}{A_{2,t}}$, vil imidlertid direkte resultere i et højere arbejdskraftforhold (da $\sigma < 1$). Denne effekt dominerer effekten fra de relative priser (i det $\varepsilon < 1$). Således reallokeres arbejdskraften fortsat til den langsomt voksende sektor ($\frac{L_{1,t}}{L_{2,t}}$ stiger samlet).

5.4 Forskellige initiale faktorintensiteter

Anden del af parameteranalysen vedrører de initiale arbejdskraft- og kapitalintensiteter, $\alpha_{L,j}$ og $\alpha_{K,j}$. I det følgende antages, at den hurtigt voksende sektor (sektor 2) i udgangsåret er arbejdskraftintensiv, mens den langsomt voksende sektor er kapitalintensiv ($\alpha_{1,L} < \alpha_{2,L} \Leftrightarrow \alpha_{1,K} > \alpha_{2,K}$)²⁴. Figur 10 nedenfor viser forskydningerne i produktionsfaktorerne K og L :

Figur 10: Sektorenes kapital- og arbejdskraftandele (pct.)



Det ses, at forskellige kapital/arbejdskraftintensiteter ikke påvirker de kvalitative resultater²⁵. Begge produktionsfaktorer reallokeres fortsat til den langsomt voksende sektor 1, og kapitalapparatet bliver fortsat kun delvist reallokeret. Dog ses det, at sektor 1's kapitalandel konvergerer mod ca. 90 pct., hvor den i benchmark-tilfældet med symmetriske initiale faktorintensiteter konvergerede mod ca. 70 pct. Dette resultat er meget intuitivt appellerende: Højere kapitalintensitet i udgangsåret giver højere kapitalintensitet asymptotisk. Således kan (så godt som) hele kapitalapparatet fortsat ende i den langsomt voksende sektor, hvis sektoren er meget kapitalintensiv i udgangsåret²⁶. Intuitivt vil en høj arbejdskraftintensitet i den hurtigt voksende sektor 2 betyde, at sektor-lønkvoten er høj. Arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt giver substitution væk fra arbejdskraft, hvormed sektoren kan sænke sin pris relativt meget. Dermed vil de relative priser, $\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}}$, ligeledes stige kraftigere end før, og kapitalforholdet $\frac{K_{1,t}}{K_{2,t}}$ konvergere mod et højere niveau end tidligere.

Antagelsen om asymmetriske faktorintensiteter i udgangsåret giver endvidere anledning til såkaldte "factor-intensity reversals". I udgangsåret er sektor 1 mere kapitalintensiv end sektor 2 ($\frac{K_{1,t}}{L_{1,t}} > \frac{K_{2,t}}{L_{2,t}}$), men undervejs bliver sektor 2 relativt mere kapitalintensiv. Betragt sektor j 's K/AL -forhold:

$$\frac{K_{j,t-1}}{A_{j,t}L_{j,t}} = \frac{\alpha_{K,j}}{\alpha_{L,j}} \left(\frac{r_t + \delta}{w_t/A_{j,t}} \right)^{-\sigma}$$

Sektorenes relative K/L -forhold er givet ved:

$$\frac{K_{1,t-1}/L_{1,t}}{K_{2,t-1}/L_{2,t}} = \frac{\alpha_{K,1}/\alpha_{L,1}}{\alpha_{K,2}/\alpha_{L,2}} \left(\frac{A_{1,t}}{A_{2,t}} \right)^{1-\sigma}$$

²⁴Vi benytter $\alpha_{1,L} = 0,3$ og $\alpha_{2,L} = 0,7$

²⁵Dette resultat synes at være helt robust

²⁶Sektor 2's asymptotiske kapitalandel ville eksempelvis udgøre $\sim 0,00$ pct., hvis $\alpha_{1,K} = 0,95$. Kapitalandelen vil imidlertid aldrig konvergere mod 1, som det var tilfældet, da sektorenes produktionsfunktioner var Cobb Douglas.

Initialt er det relative K/L -forhold blot lig $\frac{\alpha_{K,1}/\alpha_{L,1}}{\alpha_{K,2}/\alpha_{L,2}} > 1$. Efterhånden som $\frac{A_{1,t}}{A_{2,t}}$ falder, vil det relative K/L -forhold ligeledes falde, og med tiden vil den hurtigt voksende sektor blive mere kapitalintensiv ($\frac{K_{2,t}}{L_{2,t}} > \frac{K_{1,t}}{L_{1,t}}$).

5.5 Forskellige substitutionselasticiteter i produktionsfunktionerne

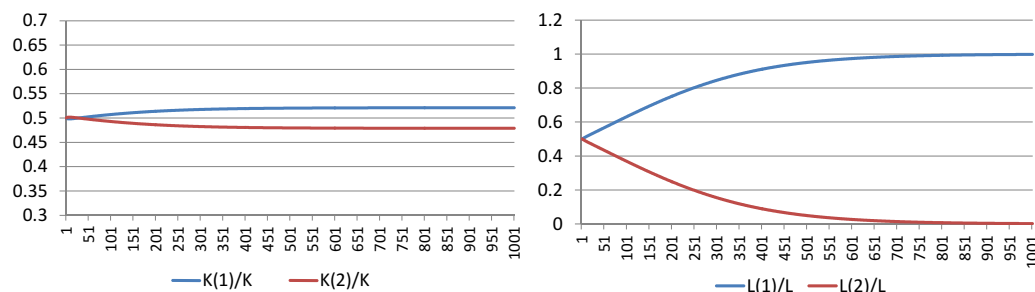
I det følgende undersøges, hvilken betydning det har, hvis sektorerne har forskellige substitutionsmuligheder mellem produktionsfaktorerne, K og AL . Først antages, at den hurtigt voksende sektor har en lavere substitutionselasticitet end tidligere, så det gælder, at $\sigma_1 > \varepsilon > \sigma_2$ ²⁷.

Kapitalandelen kan nu udtrykkes ved:

$$\begin{aligned} \frac{K_{1,t-1}}{K_{2,t-1}} &= \left(\frac{(r_t + \delta)}{P_{1,t}} \right)^{-\sigma_1} \left(\frac{(r_t + \delta)}{P_{2,t}} \right)^{\sigma_2} \frac{Y_{1,t}}{Y_{2,t}} \\ &= \left(\frac{(r_t + \delta)}{P_{1,t}} \right)^{-\sigma_1} \left(\frac{(r_t + \delta)}{P_{2,t}} \right)^{\sigma_2} \left(\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}} \right)^{-\varepsilon} \end{aligned}$$

Figur 11 viser, at reallokeringen af kapitalapparatet nu er meget begrænset, i det kapitalandelen konvergerer mod et væsentligt lavere niveau end tidligere (ca. 52 pct. mod ca. 70 pct. i benchmark-modellen). Dette giver umiddelbart god intuitiv mening, da den hurtigt voksende sektors mulighed for at substituere væk fra K over mod AL i takt med de teknologiske fremskridt nu er meget begrænsede, hvorfor sektoren afgiver væsentligt mindre kapital end tidligere.

Figur 11: Sektorenes kapital- og arbejdskraftandele (pct.) ($\sigma_1 > \varepsilon > \sigma_2$)



Hvis vi omvendt sænker sektor 1's substitutionselasticitet i forhold til benchmark-modellen, så $\sigma_1 < \varepsilon < \sigma_2$ ²⁸, vil kapitalandelen konvergere mod ca. 65 pct. mod ca. 70 pct. i benchmark-modellen, jvf. figur 12. Igen giver dette god mening. I benchmark-tilfældet havde begge sektorer en relativt høj substitutionselasticitet ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma > \varepsilon$). Som det ses af udtrykket for $\frac{K_{1,t}}{K_{2,t}}$, vil prisstigninger i sektor 1 øge kapitalandelen, når $\sigma_1 > \varepsilon$ (prisfald i sektor 2 vil ligeledes øge kapitalandelen, når $\sigma_2 > \varepsilon$). Nu har vi i stedet, at $\sigma_1 < \varepsilon$, hvormed prisstigninger i sektor 1 mindsker kapitalandelen. Dette lægger således en dæmper på stigningen i $\frac{K_{1,t}}{K_{2,t}}$ sammenlignet med benchmark-modellen.

Simulationerne viser således, at de største afvigelser fra benchmark-modellen opstår, når den hurtigt voksende sektor har en lav substitutionselasticitet (dvs. når $\sigma_2 < \varepsilon$). Lav substitution i den hurtigt

²⁷ σ_2 sættes ned fra 0,7 til 0,3

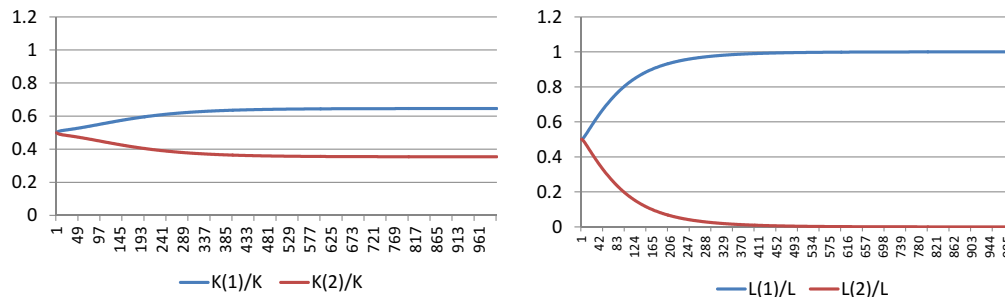
²⁸ σ_1 sættes ned fra 0,7 til 0,3

voksende sektor har stor betydning, da de teknologiske fremskridt er kraftige i denne sektor. Med andre ord kan den hurtigt voksende sektor kun udnytte de arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt, hvis den har mulighed for at substituere over mod det relativt billigere produktionsinput AL . Derimod har sektor 1 så godt som ingen teknologiske fremskridt at udnytte. Den beskedne substitutionseffekt i sektor 1 kan helt overvejende henføres til kapitalakkumulation (og det medfølgende fald i de relative faktorpriser). Betragt sektor j 's $\frac{K}{AL}$ -forhold:

$$\frac{K_{j,t-1}}{A_{j,t}L_{j,t}} = \frac{\alpha_{K,j}}{\alpha_{L,j}} \left(\frac{r_t + \delta}{w_t/A_{j,t}} \right)^{-\sigma_j}$$

På langt sigt vil renten være konstant, og lønnen vil stige med vækstraten i den langsomt voksende sektor, g^{A_1} . Den relative faktorpris vil dermed være konstant i den langsomt voksende sektor (konstant $\frac{r_t + \delta}{w_t/A_{1,t}}$). Da den relative faktorpris er konstant på langt sigt, har substitutionselasticieten, σ_1 , ingen betydning for sektor 1's K/AL -forhold på langt sigt (som ligeledes er konstant). I sektor 2 vil det derimod gælde, at den relative faktorpris altid vil være aftagende (da teknologiniveauet, $A_{2,t}$, vokser hurtigere end lønnen, w_t). Dermed har det stor betydning for sektorens K/L -forhold på langt sigt, om substitutionselasticieten er lav eller høj. En lav substitutionselasticitet vil betyde et højt K/L -forhold. Da al arbejdskraft afgives til den langsomt voksende sektor, er dette således ensbetydende med et relativt højt niveau for kapitalapparatet.

Figur 12: Sektorenes kapital- og arbejdskraftandele (pct.) ($\sigma_1 < \varepsilon < \sigma_2$)



Det fremgik af benchmark-modellen, at kapitalapparatet ville blive reallokeret mod den langsomt voksende sektor, når $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma > \varepsilon$, mens afsnit 5.3 viste, at det modsatte var tilfældet, når $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma < \varepsilon$. Ovenstående resultater viste, at kapitalapparatet tilsyneladende blev reallokeret til den hurtigt voksende sektor, uanset om $\sigma_1 < \varepsilon < \sigma_2$ eller $\sigma_1 > \varepsilon > \sigma_2$ (omend kapitalapparatet i begge tilfælde blev reallokeret i et mindre omfang end i benchmark-tilfældet, hvor $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma > \varepsilon$).

Tabel 1 viser sektor 1's asymptotiske kapitalandel for forskellige kombinationer af σ_1 og σ_2 (og i alle tilfælde $\varepsilon = 0.4$). Sektor 1's initiale kapitalandel udgør 50 pct. Asymptotiske værdier større end 50 pct. betyder således, at kapitalapparatet reallokeres til sektor 1, mens værdier under 50 pct. betyder, at kapitalapparatet allokeres til sektor 2.

Tabel 1: Sektor 1's kapitalandel, $K_{1,t}/K_t$ for forskellige kombinationer af σ_1 og σ_2 (og $\varepsilon = 0,4$)

σ_1/σ_2	0,1	0,2	0,4	0,6	0,9
0,1	40	42	45	52	78
0,2	42	43	47	54	80
0,4	44	46	50	58	83
0,6	47	48	53	62	85
0,9	51	53	58	67	88

Det fremgår, at resultaterne er uklare, i det der ikke umiddelbart kan opstilles en klar regel for, præcis hvornår kapitalapparatet allokeres til en bestemt sektor. Dog ses det, at

- 1) Jo højere substitutionselasticiteterne i sektorerne er, jo større vil den langsomt voksende sektor 1's kapitalandel være.
- 2) Der vil ikke ske nogen reallokering af kapitalapparatet, når $\sigma_1 = \sigma_2 = \varepsilon$.
- 3) Kapitalapparatet reallokeres til den hurtigt voksende sektor 2, hvis $\sigma_1 = \varepsilon > \sigma_2$
- 4) Kapitalapparatet reallokeres til den hurtigt voksende sektor 2, hvis både $\sigma_1 < \varepsilon$ og $\sigma_2 \leq \varepsilon$
- 5) I visse tilfælde vil kapitalapparatet blive reallokeret til sektor 2, når $\sigma_1 > \varepsilon > \sigma_2$
- 6) I de resterende tilfælde reallokeres kapitalapparatet til sektor 1

ad 1) Dette var også konklusionen i ovenstående gennemgang. Høj substitution i den hurtigt voksende sektor betyder, at sektoren nemmere kan substituere fra K mod AL . Dermed allokeres mindre kapital til denne sektor. Ligeledes vil høj substitutionselasticitet i den langsomt voksende sektor øge sektorens kapitalandel, da sektoren bedre kan udnytte faldet i den relative pris på kapital, som følger af kapitalakkumulation. Dog er denne effekt væsentligt mere beskedent, hvilket også fremgår af simulationerne (for enhver værdi af σ_1 vil en stigning i σ_2 øge kapitalandelen mere end omvendt).

ad 2) Dette er ligeledes et kendt resultat.

ad 3) Når $\sigma_1 = \varepsilon$ og $\sigma_2 < \varepsilon$ vil en stigning i $P_{1,t}$ ikke have nogen betydning for sektor 1's kapitalefterspørgsel, mens et fald i $P_{2,t}$ samlet vil øge sektor 2's kapitalefterspørgsel. Kapitalapparatet allokeres dermed til sektor 2.

ad 4). $\sigma_1 < \varepsilon$ og $\sigma_2 = \varepsilon$, vil et fald i $P_{2,t}$ ikke have nogen betydning for sektor 2's kapitalefterspørgsel, mens en stigning i $P_{1,t}$ vil mindske sektor 1's kapitalefterspørgsel. Kapitalapparatet allokeres dermed til sektor 2. Når både $\sigma_1 < \varepsilon$ og $\sigma_2 < \varepsilon$ vil et fald i $P_{2,t}$ ligeledes betyde et fald i kapitalandelen, hvormed kapitalapparatet i endnu højere grad reallokeres mod sektor 2.

ad. 5) Hvis $\sigma_1 > \varepsilon$ vil et fald i $P_{1,t}$ øge kapitalandelen, som dermed - alt andet lige - allokeres til sektor 1. Hvis σ_1 kun er en smule større end ε vil denne effekt dog domineres af effekten fra $\sigma_2 < \varepsilon$. Ligeledes vil der være en effekt fra renten. Denne falder sfa. kapitalakkumulation og konvergerer til det samme steady-state niveau i alle tilfælde. Når $\sigma_1 < \sigma_2$ vil renten dermed bidrage til en lavere asymptotisk kapitalandel (da sektor 2 har bedre mulighed for at substituere over mod K , når renten falder).

$$\frac{K_{1,t-1}}{K_{2,t-1}} = \left(\frac{(r_t + \delta)}{P_{1,t}} \right)^{-\sigma_1} \left(\frac{(r_t + \delta)}{P_{2,t}} \right)^{\sigma_2} \left(\frac{P_{1,t}}{P_{2,t}} \right)^{-\varepsilon}$$

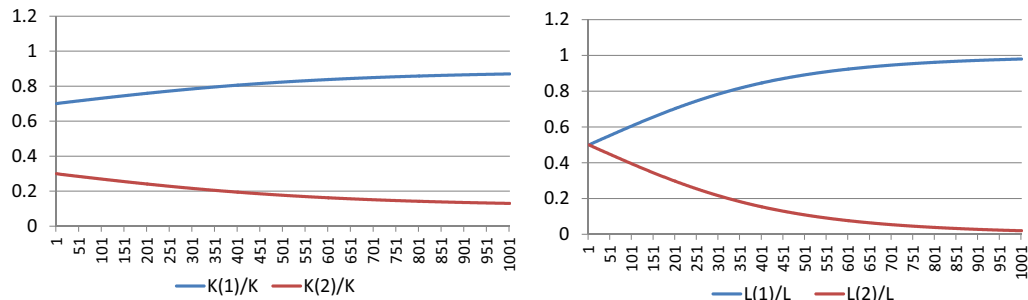
Analysen viser, at sektorernes substitutionselasticiteter kan påvirke sektorallokeringen af kapitalapparatet i forskellige retninger. Overordnet har vi dog en række pejlemærker:

- 1) Når substitutionselasticiteterne i sektorerne er mindre end 1, vil kapitalapparatet aldrig blive fuldt ud reallokeret til nogen sektor.
- 2) Hvis $\sigma_j < \varepsilon$ vil kapitalapparatet blive allokeret til den hurtigt voksende sektor (og vice versa hvis $\sigma_j > \varepsilon$).
- 3) Højere substitutionselasticitet i enhver sektor vil resultere i en højere kapitalandel i den langsomt voksende sektor.

5.6 Forskellige andels-/niveauparametre i efterspørgselsfunktionen

Vi vil nu undersøge betydningen af andelsparameteren i CES-efterspørgselsaggregatet, γ_j . I det følgende antages det, at den langsomt voksende sektor 1's goder har en relativt højere vægt i efterspørgselsaggregatet ($\gamma_1 > \gamma_2$)²⁹. Figur 13 nedenfor viser sektorforskydningerne. Sektor 1's kapitalandel er højere i udgangspunktet end i benchmark-scenariet og konvergerer ligeledes mod et højere niveau (i begge tilfælde stiger kapitalandelen omtrent 20 pct. point). Da γ_j blot er en niveau-/andelsparameter, virker det rimeligt at formode, at den generelt ikke vil have nogen betydning for de kvalitative resultater.

Figur 13: Sektorens kapital- og arbejdskraftandele (pct.) ($\gamma_1 > \gamma_2$)



6 Kaldor's stiliserede kendsgerninger

I dette afsnit sammenlignes modellernes evne (hhv. med Cobb-Douglas produktionsfunktioner og med CES-produktionsfunktioner) til at replikere Kaldor's stiliserede kendsgerninger³⁰. Da dette altid vil afhænge af den konkrete parametrisering, vil analysen gennemgående have en kvalitativ karakter.

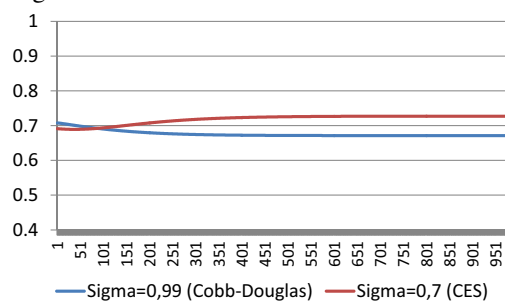
Begge modeller har som vist en asymptotisk steady state og dermed også et asymptotisk konstant Y/K -forhold og en konstant rente, jvf. figur 14-15. På kort sigt er Y/K -forholdet approksimativt konstant i begge fremskrivninger, mens renten konvergerer hurtigere mod steady-state-værdien, når produktionsfunktionerne er CES. Cobb-Douglas-modellen kan således siges at approksimere en konstant rente bedre på kort sigt. Indkomstfordelingen mellem kapital og arbejdskraft er asymptotisk konstant i begge mod-

²⁹ $\gamma_1 = 0.6$ og $\gamma_2 = 0.4$

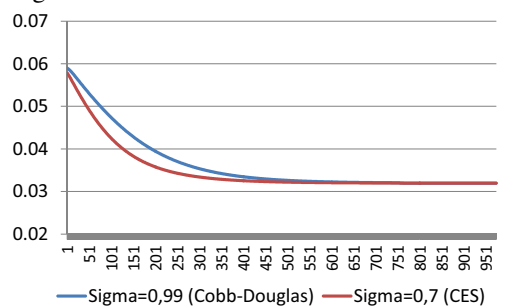
³⁰Vi benytter de samme Harrod-neutrale teknologiske fremskridt i både Cobb-Douglas- og CES-tilfældet, svarende til vækstraterne fra CES-benchmarken ($g_1^A = 0,05$ og $g_2^A = 3,00$). Den eneste forskel på de to fremskrivninger er således substitutionselasticiteten σ . Fremskrivningerne er dermed fuldt ud sammenlignelige.

eller. Med Cobb-Douglas funktioner er indkomstfordelingen per konstruktion konstant, jvf. figur 16.³¹ (dermed også på kort sigt). Med CES-sektorer vil lønkvoten i den hurtigt voksende sektor konvergere mod 0, mens lønkvoten i den langsomt voksende sektor vil konvergere mod en positiv værdi. Som det fremgår af figur 16, vil makro-lønkvoten derfor kun være strengt konstant asymptotisk. Frem mod steady-state vil lønkvoten med CES-funktioner imidlertid kun stige marginalt (fra 0.50 til ca. 0.54 over ca. 400-500 perioder). Igen vil dette dog afhænge af den enkelte kalibrering.

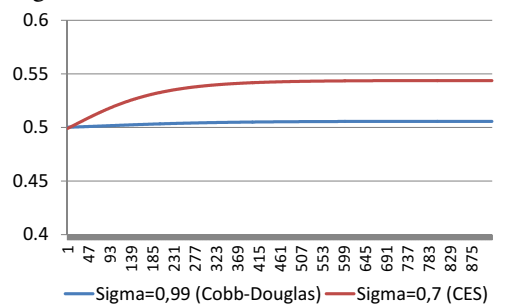
Figur 14 - Y/K-forhold



Figur 15: Realrente



Figur 16: Lønkvote



³¹I figuren er indkomstfordelingen kun approksimativt konstant, da Cobb-Douglas produktionsfunktionen er et grænsetilfælde af CES-funktionen ($\sigma \rightarrow 1$), hvorfor vi i GAMS-programmet har sat $\sigma = 0,99$. Der er således kun approksimativt tale om Cobb-Douglas-funktioner, hvorfor lønkvoten ligeledes kun er approksimativt konstant. I det rene Cobb-Douglas tilfælde havde lønkvoten altså være strengt konstant.

7 Lukning i en ikke-asymptotisk fremskrivning

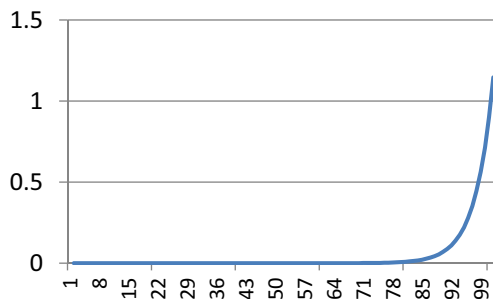
En central problemstilling ved praktisk anvendelse af en asymptotisk steady-state-model er, at man i større CGE-modeller ikke har tilstrækkelig computerkraft til at lave “asymptotiske” fremskrivninger. Almindeligvis “tvinges” standard-modeller i steady-state efter et begrænset antal perioder. Dette kan være forsvarligt, da modellerne ved lukningstidspunktet er relativt tæt på steady-state, hvorfor fremskrivningsfejlen er beskeden. I ovenstående model vil dette typisk ikke være tilfældet, da steady state først indtræffer asymptotisk (efter mange hundrede eller endda flere tusinde perioder).³² Lukkes modellen lang tid før steady state-betingelsen reelt er opfyldt, kan fremskrivningsfejlen derfor være betragtelig. Problematikken undersøges nærmere i det følgende. Dels beregnes fremskrivningsfejlen for makroproduktionen, Y_t , for forskellige lukninger og parameterværdier, og dels undersøges, hvor langt fra lukningstidspunktet, fejlene begynder at indtræffe.

I det første eksperiment sammenlignes

- Benchmark-fremskrivningen (1000 perioder med korrekt asymptotisk steady-state-lukning (hvor steady-state indtræffer efter ca. 600 perioder)) med
- En tilsvarende 100-perioders fremskrivning (hvor modellen således lukkes ca. 500 perioder før steady-state betingelsen er opfyldt).

Figur 17 nedenfor viser den procentvise (numeriske) afvigelse mellem produktionen, Y_t , i den korte fremskrivning (b) og den asymptotiske fremskrivning (a)

Figur 17: Numerisk afvigelse i Y (pct.)



Det fremgår, at produktionen ikke afviger fra den korrekte værdi i de første ca. 80 perioder. Herefter bliver fremskrivningen fejlbehæftet, og ved lukningstidspunktet afviger Y 1,1 pct. fra sin korrekte værdi. Når fejlen ikke er større, hænger det sammen med, at vækstraten i Y udgør ca. 0,7 pct. ved lukningstidspunktet, mens steady-state-vækstraten udgør 0,05 pct. Omend modellen langt fra er kørt i steady-state efter 100 perioder, er modellens vækstrater altså ikke voldsomt langt fra steady-state-vækstraten (afhængigt af temperament, naturligvis).

Antag, at vi er villige til at acceptere en fejl på maksimalt 0,1 pct. af BNP. Denne fejl overskrides

³²I benchmark-modellen indtraf steady-state efter ca. 600 perioder. I AG's kalibrering indtræffer steady-state efter ca. 5000 perioder.

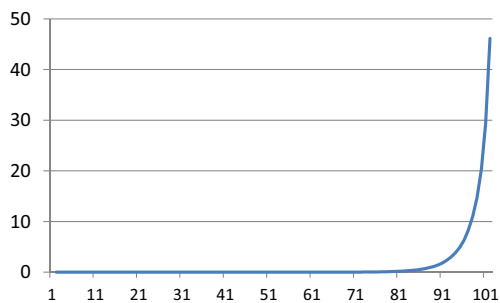
i periode 90, dvs. 10 perioder inden terminaltidspunktet. Når fremskrivningen ikke er fejlbehæftet i den første lange del af fremskrivningen, skyldes det model-dynamikken. For det første diskonterer forbrugerne fremtidigt forbrug ($\beta = 0,97$). Steady-state-betingelsen begynder derfor først at få betydning relativt tæt på lukningstidspunktet, når forbruget i slutperioden har en ikke-trivielt vægt i nyttefunktionen. Ligeledes er kapitalnedslidningsraten, δ , central for dynamikken. Hvis nedslidningsraten er lav, vil steady-state-betingelsen påvirke virksomhedernes investeringer - og dermed produktionen - relativt længe før lukningstidspunktet.

I det næste eksperiment testes betydningen af at benytte en komplet arbitrær terminalbetingelse.

Vi sammenligner

- a) Benchmark-fremskrivningen (1000 perioder med korrekt asymptotisk steady-state-lukning (hvor steady-state indtræffer efter ca. 600 perioder))
- med
- b) En tilsvarende 100-perioders fremskrivning med terminalbetingelsen $K_T = 0$.

Figur 18: Numerisk afvigelse i Y (pct.)



Det ses, at den fejlbehæftede periode er omtrent uændret (de første ca. 80 perioder er så godt som fejlfrie), jvf. figur 18. Fejlen overskrider 0,1 pct. af BNP i periode 86, dvs. 4 perioder tidligere end før (14 perioder før terminaltidspunktet). Dette afspejler den komplet arbitrære terminalbetingelse, som ligeledes betyder, at fejlen udgør hele 46 pct. ved terminaltidspunktet.

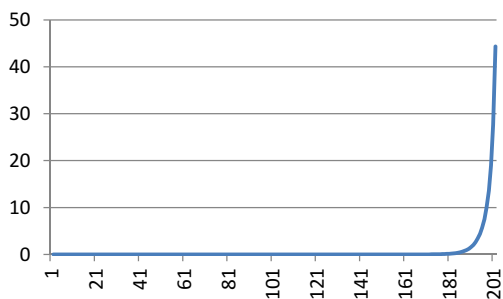
I det tredje eksperiment testes betydningen af at fremskrive en længere periode.

Følgende fremskrivninger sammenlignes:

- a) Benchmark-fremskrivningen (1000 perioder med korrekt asymptotisk steady-state-lukning (hvor steady-state indtræffer efter ca. 600 perioder))
- med
- b) En tilsvarende 200-perioders fremskrivning med terminalbetingelsen $K_T = 0$.

Figur 19 viser afvigelsen i Y :

Figur 19: Numerisk afvigelse i Y (pct.)



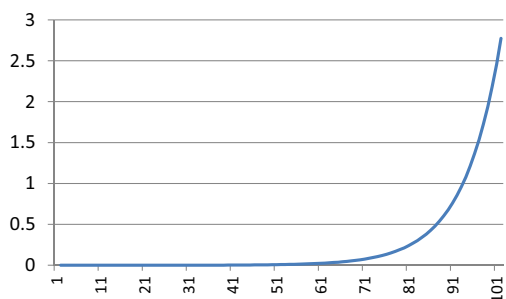
Længden af den fejlbehæftede periode er en smule længere end i den foregående kørsel. Den acceptable fejl på 0,1 pct. overskrides nu i periode 177, dvs. 23 perioder inden terminalperioden. I slutperioden afviger produktionen 44 pct. fra sin korrekte værdi, hvilket er omtrent det samme som i den foregående fremskrivning. Når den fejlbehæftede periode er en smule længere, hænger det efter alt at dømme sammen med, at der er vækst i modellen og dermed kapitalakkumulation. Efter 200 perioder er kapitalapparatet derfor længere fra terminalbetingelsen $K_T = 0$, end i 100-perioders fremskrivningen.

Afslutningsvist testes betydningen kapitalnedslidningsraten, δ .

Vi sammenligner:

- Benchmark-fremskrivningen med $\delta = 0.1$ (mod tidligere $\delta = 0.3$) (1000 perioder med korrekt asymptotisk steady-state-lukning (hvor steady-state indtræffer efter ca. 600 perioder)) med
- En tilsvarende 100-perioders fremskrivning (ligeledes med $\delta = 0.1$)

Figur 20: Numerisk afvigelse i Y (pct.)



Som det fremgår af figur 20, indtræffer fejlene nu langt tidligere end i det første eksperiment. 0,1-pct.-grænsen overskrides allerede i periode 71, dvs. 29 perioder inden lukningen (mod 10 perioder i det første eksperiment). Dette indikerer, at parametre, som er styrende for den intertemporale optimering, herunder δ , har stor betydning for fejlperiodens længde. Ved sluttidspunktet afviger produktionen 2,8 pct. fra sin korrekte værdi. Dette er lidt mere end de oprindelige 1,1 pct., hvilket skyldes, at modellens variable afviger fra deres korrekte vækstspor tidligere, når kapitalnedslidningsraten er lavere. Dermed bliver den akkumulerede fejl til terminaltidspunktet større.

Analysen viser, at fremskrivningsfejlene kan være betragtelige, og at deres størrelse afhænger af, hvor langt terminalbetingelsen er fra at være opfyldt ved lukningstidspunktet (dvs. hvor tidligt modellen lukkes, og hvilken terminalbetingelse, man benytter). Dog er det beroligende, at hovedparten af en fremskrivning (på eksempelvis 100 perioder) som hovedregel vil være fuldstændig fejlfri - nærmest uanset hvor arbitrær terminalbetingelsen måtte være. Hvordan problemet i praksis tackles mest hensigtsmæssigt vil afhænge af den enkelte fremskrivning. I nogen tilfælde kan det være forsvarligt at tvinge modellen i steady-state som normalt, da væksten kan være så godt som balanceret, selvom modellen ikke er i steady-state i strengeste forstand. Er væksten omvendt langt fra balanceret, kan det være nødvendigt at se helt bort fra den sidste del af fremskrivningen. Dette indebærer imidlertid, at man heller ikke kan sige noget kvalificeret om det helt lange sigt, dvs. forløbet efter terminaltidspunktet. Umiddelbart findes der således ikke nogen entydig løsning på problemet.

8 Konklusion

I dette papir opstillede vi en multisektor CGE-model for en lukket økonomi med CES-produktionsfunktioner i sektorerne og asymmetrisk Harrod-neutrale teknologiske fremskridt. I den teoretiske litteratur om sektorforskydninger har man hidtil benyttet sektorielle Cobb-Douglas produktionsfunktioner (eksempelvis Acemoglu og Guerrieri (2008) og Ngai og Pissarides (2007)). Når produktionsfunktionerne er Cobb-Douglas og substitutionselasticiteten i efterspørgselsfunktionen er mindre end 1, vil både kapital og arbejdskraft blive reallokeret fuldstændig til den langsomt voksende sektor, mens produktionsvæksten vil være permanent højere i den hurtigt voksende sektor. Endvidere vil den samlede økonomi have et asymptotisk balanceret vækstspor, hvor kapitalapparatet og produktionen vokser med den (konstante) Harrod-neutrale vækstrate i den langsomt voksende sektor.

Når produktionsfunktionerne er CES (med en substitutionselasticitet mindre end 1) og de teknologiske fremskridt er Harrod-neutrale, vil arbejdskraften fortsat blive reallokeret fuldstændig til den langsomt voksende sektor. Det samme vil ikke nødvendigvis gælde for kapitalapparatet. Kapitalapparatet vil kun blive reallokeret til den langsomt voksende sektor, hvis substitutionselasticiteten i sektorerne produktionsfunktionerne er større end substitutionselasticiteten i efterspørgselsfunktionen. Hvis det modsatte er tilfældet, vil kapitalapparatet blive reallokeret til den hurtigt voksende sektor. Intuitivt vil meget begrænsede substitutionsmuligheder mellem produktionsfaktorerne betyde, at den hurtigt voksende sektor har behov for kapital for at kunne udnytte de Harrod-neutrale teknologiske fremskridt i produktionen. Alt andet lige reallokeres kapitalapparatet derfor til den hurtigt voksende sektor. Tilsvarende vil efterspørgslen efter den hurtigt voksende sektors output stige relativt kraftigt, hvis substitutionselasticiteten mellem sektorerne output i efterspørgselsfunktionen er relativt høj. Høj produktionsvækst vil øge sektorens kapitalefterspørgsel, hvormed kapital reallokeres til den hurtigt voksende sektor. Hvis substitutionselasticiteten i efterspørgselsfunktionen er relativt høj, mens substitutionselasticiteten i sektorerne produktionsfunktioner er relativt lav, vil kapitalapparatet derfor blive reallokeret til den hurtigt voksende sektor. En anden central egenskab ved modellen med CES-funktioner er, at kapitalapparatet aldrig vil blive fuldt ud reallokeret. Igen skyldes dette den begrænsede substitution mellem produktionsfaktorerne. I Cobb-Douglas-modellerne vil den hurtigt voksende sektor på langt sigt skille sig helt af med kapitalapparatet i takt med de relative prisændringer. I CES-tilfældet vil de relative prisændringer på sigt høre op,

da den hurtigt voksende sektor har behov for kapital for at kunne udnytte de Harrod-neutrale teknologiske fremskridt. Dette har endvidere den konsekvens, at den hurtigt voksende sektor ikke kan opretholde en permanent højere produktionsvækst. Når sektoren har afgivet (så godt som) hele sin arbejdsstyrke, vil den ikke længere kunne udnytte de arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt. Produktionsvæksten er derfor aftagende over tid, og asymptotisk vil vækstraten konvergere mod vækstraten i den langsomt voksende sektor. I modsætning til Cobb-Douglas-modellerne, har CES-modellen derfor en "ægte" balanceret vækststi, hvor væksten både er balanceret på aggregeret niveau og på sektorniveau.

I den sidste del af analysen undersøgte vi kvantitativt, hvilken betydning det har at lukke modellen med en steady-state betingelse, før steady-state-betingelsen er opfyldt. Dette er en central problemstilling ved praktisk anvendelse af en model, som kun har en asymptotisk steady state. Det viste sig, at fremskrivningsfejlene kan være store, og at størrelsen afhænger af, hvor langt terminalbetingelsen er fra at være opfyldt i terminalperioden (dvs. hvor tidligt modellen lukkes, og hvilken terminalbetingelse, man benytter). Hovedparten af en fremskrivning vil imidlertid oftest være så godt som fejlfri - selvom man benytter en komplet arbitrær terminalbetingelse. Det skønnes, at det i nogen tilfælde kan være forsvarligt at tvinge modellen i steady-state, da væksten kan være så godt som balanceret, selvom modellen er langt fra sin steady state i strengeste forstand.

9 Litteratur

- Acemoglu, D. (2009): Introduction to Modern Economic Growth (Princeton University Press)
- Acemoglu, D. & Guerrieri (2008): Capital Deepening and Nonbalanced Growth (Journal of Political Economics vol. 116, no.3)
- Baumol, W. J. (1967): Macroeconomics of Unbalanced Growth: The Anatomy of Urban Crisis (American Economic Review, Vol. 57, No. 3)
- Groth, C. (2013): Balanced Growth Theorems (Københavns Universitet, undervisningsnote)
- Groth, C. (2012): Lecture Notes in Macroeconomics, ch. 10 (Københavns Universitet, undervisningsnote)
- Haagen Pedersen, L. (1998): Egenskaber ved specificerede funktioner Cobb-Douglas, CES og Nested CES (Københavns Universitet, arbejdspapir)
- Jones, C. & Scrimgeour, D. (2005): The Steady-State Growth Theorem: Understanding Uzawa (1961) (U.C. Berkeley)
- Jones, C. & Romer, P. (2009): The New Kaldor Facts: Ideas, Institutions, Population and Human Capital (Stanford University and NBER)
- Kongsamut, Rebelo & Xie (2001): Beyond Balanced Growth (IMF working paper no. 01/85)
- Ngai, L. R. & Pissarides, C. (2007): Structural Change in a Multisector Model of Growth (American Economic Review, Vol. 97, no 1).
- Stephensen, P. (2013): Noter til CGE-modellering (Version 5) (Københavns Universitet, undervisningsnote)