REFORM

DREAMs multisektor-CGE-model

Peter Stephensen
Danish Rational Economic Agents Model, DREAM

Grane Høegh
Danish Rational Economic Agents Model, DREAM

Peter Bache
Finansministeriet

DREAM Arbejdspapir 2015:2
April 2015

Abstract
DREAMs nye model REFORM en en statisk multisektor-CGE-model for en lille åben økonomi. Modellen er kalibreret til det danske nationalregnskab, og den rummer mulighed for at vælge mellem to forskellige aggregeringsniveauer for økonomiens sektorer.

De enkelte sektorer har CES-produktionsfunktioner med input af materialer fra de andre sektorer (indenlandske og udenlandske), bygningskapital, maskinkapital, energi (input fra forsyningssektorerne) og arbejdskraft. Begge typer kapital er opbygget af investeringer, der i den enkelte sektor er et CES-aggregat af danske og udenlandske varer. Der er mulighed for at vælge en opdeling af arbejdskraften i fem typer: faglærte, ufaglærte, KVU, MVU og LVU.

Forbrugerne kan opdeles i to grupper: beskæftigede og resten. Beskæftigede har nytte af forbrug og fritid, og vælger arbejdstiden endogent. Ikke-beskæftigede har kun nytte af forbrug. Forbrugerne modtager løn eller understøttelse samt afkast på deres aktiver. Forbrugets fordeling på indenlandske og udenlandske varer er defineret ved et nestet CES-forbrugssystem, hvis parameter er baseret på eksterne analyser og kalibrering.

Modellen er gjort statisk ved kun at betragte steady-state i en dynamisk model med Ramseyforbrugere. Dette gør, at formuedelen er klart bedre beskrevet, end hvad man typisk ser i statiske CGE-modeller.

DREAM, Danish Rational Economic Agents Model. Amaliegade 44, 1256 København K
www.dreammodel.dk

REFORM - DREAMs multisektor-CGE-model*

Peter Stephensen, DREAM, Grane Høegh, DREAM, og Peter Bache, FM (version 12)

24. april 2015

1 Indledning

DREAM's nye model REFORM en en statisk multisektor-CGE-model for en lille åben økonomi. REFORM er kalibreret til det danske nationalregnskab for 2010. Modellen rummer mulighed for at vælge mellem to forskellige aggregeringsniveauer for sektorerne i økonomien. Det første og mest aggregerede niveau har samme brancheindeling som ADAM, dog med private tjenester splittet op i internationalt konkurrenceudsatte og hjemmemarkedsorienterede serviceerhverv. Det andet og mest disaggregerede niveau følger i store træk nationalregnskabets 69-gruppering. Den eneste forskel på de to versioner er detaljeringsniveauet i sektoropsplitningen, og denne dokumentation er lavet således, at den gælder for begge versioner.

De enkelte sektorer har CES-produktionsfunktioner med input af materialer fra de andre sektorer (indenlandske og udenlandske), bygningskapital, maskinkapital, energi (input fra forsyningssektorerne) og arbejdskraft. Begge typer kapital er opbygget af investeringer, der i den

*Dette er en dokumentation af modellen som den forelå 24/4-2015. Dette var versionerne 2.1 uden uddannelsesfordelt arbejdskraft og 3.3 med uddannelsesfordelt arbejdskraft.

enkelte sektor er et CES-aggregat af danske og udenlandske varer. Der er mulighed for at vælge en opdeling af arbejdskraften i fem typer: faglærte, ufaglærte, KVU, MVU og LVU. Denne dokumentation beskriver som udgangspunkt versionen med én type arbejdskraft. Udvidelsen med flere typer berøres dog undervejs.

Forbrugerne kan opdeles i to grupper: beskæftigede og resten. Beskæftigede har nytte af forbrug og fritid, og vælger arbejdstiden endogent. Ikke-beskæftigede har kun nytte af forbrug.[1] Forbrugerne modtager løn eller understøttelse samt afkast på deres aktiver. Forbrugets fordeling på indenlandske og udenlandske varer er defineret ved et nestet CES-forbrugssystem, hvis parameter er baseret på eksterne analyser og kalibrering.

Der er udledt er konsistent EV-mål i modellen, således at velfærdsanalyser kan foretages.

Modellen er gjort statisk ved kun at betragte steady-state i en dynamisk model med Ramsey-forbrugere. Dette gør at formuedelen er klart bedre beskrevet end hvad man typisk ser i statiske CGE-modeller. Modellen medregner f.eks. effekter der kommer fra ændrede danske aktiekurser, via en realistisk antagelse om, at kun en andel af danske aktier ejes af danskere. Dermed tages også højde for, at en del af selskabsskatteprovenuet består af profit, som ellers ville tilfalde udlandet.

Modellen findes i sin grundlæggende form og i en udgave, hvor arbejdskraften er opdelt på uddannelsesgrupper. Den grundlæggende beskrivelse dækker begge modelversioner.

[1] I Finansministeriet benyttes på nuværende tidspunkt kun en version, hvor de beskæftigedes arbejdsudbud er eksogent. I dette tilfælde er skelnen mellem de to typer forbrugere uden betydning, da de for alle praktiske formål har identiske, homogene nyttefunktioner.

2 Model

2.1 Vækst- og inflationskorrektion

Det er som regel en god ide at omskrive sin model til at være stationær. Dette kræver vækst- og inflationskorrektion. Vi vil derfor starte med at definere dette. Vi skelner mellem 3 typer variable: mængder, priser og værdier. En mængde er f.eks. produktionen, Y_j, i en sektor eller input af materialer, M_j. Med pris mener vi prisen på en hvilken som helst ikke-fast faktor. Det kan f.eks. være output-prisen i en sektor p_j. Selv om lønnen er prisen på arbejdskraft behandles den ikke som andre priser. Det skyldes at den er prisen på en fast faktor. Den vil derfor typisk indeholde både et vækst og et inflationselement, og opfører sig derfor som en værdi. Eksempler på værdier er det offentlige budget og husholdningernes formue.

Hvis vi betragter en steady state med vækstrate g og konstant inflation på π, vil mængder, priser og værdier opføre sig forskelligt. Mængderne vil vokse med vækstraten g, priserne vil vokse med vækstraten π og værdierne vil vokse med vækstarten $g+\pi$. Derfor vækstkorrigerer man mængder, inflationskorrigerer priser og vækst- og inflationskorrigerer værdier.

Lad os starte med vækstkorrektion. Til mængden X_t svarer en vækstkorrigeret variabel $\hat{X}_t$ defineret ved:

$$\hat{X}_t \equiv \frac{X_t}{(1+g)^t}$$

Lad os tage et eksempel. Betragt kapitalakkumulationsligningen

$$K_t = (1-\delta)K_{t-1} + I_t \tag{2.1}$$

Definer de vækstkorrigerede variable

$$\hat{K}_t = \frac{K_t}{(1+g)^t}, \hat{I}_t = \frac{I_t}{(1+g)^t}$$

Det ses umiddelbart at

$$\frac{K_t}{(1+g)^t} = (1-\delta)\frac{K_{t-1}}{(1+g)^t} + \frac{I_t}{(1+g)^t}$$

Dette kan omskrives til:

$$\frac{K_t}{(1+g)^t} = (1-\delta)\frac{K_{t-1}}{(1+g)^{t-1}}\frac{1}{1+g} + \frac{I_t}{(1+g)^t}$$

således at

$$\hat{K}_t = (1-\delta)\hat{K}_{t-1}/(1+g) + \hat{I}_t$$

Dette er den vækstkorrigerede udgave af (2.1). For at blive fri for at markere alle variable med hatte benyttes følgende vækstkorrektions-slang. Vi siger at den vækstkorrigerede udgave af (2.1) er

$$K_t = (1-\delta)K_{t-1}/(1+g) + I_t$$

Den generelle regel for vækstkorrektion af lineære førsteordens differensligninger er: laggde variable deles med $1+g$ og leadede variable multipliceres med $1+g$.

Efter at have vækstkorrigeret kan vi antage at systemet er i en en stationary state:

$$K = (1-\delta)K/(1+g) + I$$

således at

$$(g+\delta)K/(1+g) = I$$

Det er denne relation man typisk vil vælge at at bruge i en steady state model.

Udviklingen i den offentlige sektors gæld er et eksempel på vækst- og inflationskorrektion:

$$D_t^G = (1+i)\, D_{t-1}^G - S_t^P \tag{2.2}$$

hvor D_t^G er den offentlige gæld, S_t^P er den primære saldo og i er den nominelle rente. Både den offentlige gæld og det primære budget er værdier (nominelle størrelser). Definér de vækst- og inflationskorrigerede størrelser:

$$\overline{D}_t \equiv \frac{D_t}{(1+g)^t\,(1+\pi)^t},\, \overline{S}_t^P \equiv \frac{S_t^P}{(1+g)^t\,(1+\pi)^t}$$

Vi omskriver (2.2) til:

$$\frac{D_t^G}{(1+g)^t\,(1+\pi)^t} = (1+i)\,\frac{D_{t-1}^G}{(1+g)^t\,(1+\pi)^t} - \frac{S_t^P}{(1+g)^t\,(1+\pi)^t}$$

således at

$$\frac{D_t^G}{(1+g)^t\,(1+\pi)^t} = (1+i)\,\frac{D_{t-1}^G}{(1+g)^{t-1}\,(1+\pi)^{t-1}}\frac{1}{(1+g)\,(1+\pi)} - \frac{S_t^P}{(1+g)^t\,(1+\pi)^t}$$

og dermed

$$\overline{D}_t^G = (1+i)\,\overline{D}_{t-1}^G\frac{1}{(1+g)\,(1+\pi)} - \overline{S}_t^P$$

Som det fremgår kan vi anvende samme form for slang som ovenfor. Den vækst- og inflationskorrigerede version af relationen (2.2) er givet ved:

$$D_t^G = (1+i)\,D_{t-1}^G\frac{1}{(1+g)\,(1+\pi)} - S_t^P$$

I stationary state giver dette:

$$D^G = (1+i)\,D^G \frac{1}{(1+g)\,(1+\pi)} - S^P$$

eller

$$(r-g)\,D^G/\,(1+g) = S^P$$

hvor realrenten r er givet ved

$$r \equiv \frac{i-\pi}{1+\pi}$$

Størrelsen $r-g$ er den vækstkorrigerede realrente.

2.2 Virksomhederne

Modellen har 13 overordnede brancher, der svarer til ADAMs brancher dog med serviceerhvervene (qz) opsplittet i internationalt konkurrenceudsatte og hjemmemarkedsorienterede serviceerhverv. Denne opsplitning følger Produktivitetskommissionens definition. De 13 overordnede brancher kan ses i tabel 1. I udgaven med en mere detaljeret sektoropsplitning er disse 13 sektorer yderligere opsplittet med udgangspunkt i nationalregnskabets 69-gruppering. Endvidere er råstofindvinding og energiforsyning yderligere opsplittet, således at det samlede antal sektorer i denne udgave af modellen bliver 73. Alle sektorer producerer potentielt til seks anvendelser. Disse omfatter privatforbrug, offentligt forbrug, investeringer i henholdsvis maskin- og bygningskapital, lagerinvesteringer og eksport. I produktionen benyttes fem overordnede faktorer, nemlig et aggregat af materialeinputs, bygningskapital, arbejdskraft, maskinkapital og et aggregat af energi. Energiaggregatet omfatter inputs fra sektorerne energiforsyning (ne) og olieraffinaderier (ng), mens materialeaggregatet omfatter inputs fra alle øvrige sektorer. Disse to

a	landbrug mv.
b	anlægs- og byggebranchen
e	råstofindvinding
ne	energiforsyning
ng	olieraffinaderier
nf	nærings- og nydelsesmiddelindustrien
nz	fremstilling, ekskl. ne, nf og ng
qz_i	internationalt konkurrenceudsatte serviceerhverv
qz_k	hjemmemarkedsorienterede serviceerhverv
qf	finansiel virksomhed
qs	søtransport
h	boligbenyttelse
o	offentlige tjenester

Tabel 1: De 13 overordnede brancher i REFORM

aggregater, sammensætningen af investeringer i maskiner og bygninger, sammensætningen af lagerinvesteringer samt produktionens intensitet i de fem overordnede faktorer varierer på tværs af sektorer. Produktionsfunktionens overordnede struktur er derimod ens på tværs af sektorer.

2.2.1 Produktionsfunktionens nest-struktur og faktorefterspørgslen

Efterspørgselssystemet for produktionsfaktorerne er udledt fra KELBM-CES-produktionsfunktioner under imperfekt konkurrence. I produktionen i sektor j indgår som nævnt et materialeaggregat, M_j, bygningskapital, B_j, arbejdskraft, L_j, energi, E_j, og maskinkapital, K_j. Produktionsfunktionens nest-struktur er illustreret i figur 2.1. Lagerinvesteringer indgår endvidere i virksomhedernes omkostninger og følger produktionen proportionalt.[2]

I øverste nest bestemmes den j'te sektors efterspørgsel efter det sektorspecifikke materialeag-

[2] Disse er primært med for at ramme BNP i kalibreringsåret. Såfremt man foretrækker dette, kan lagerinvesteringerne sættes til nul.

gregat M_j med prisen P_j^M og KELB-aggegatet H_j med prisen P_j^H

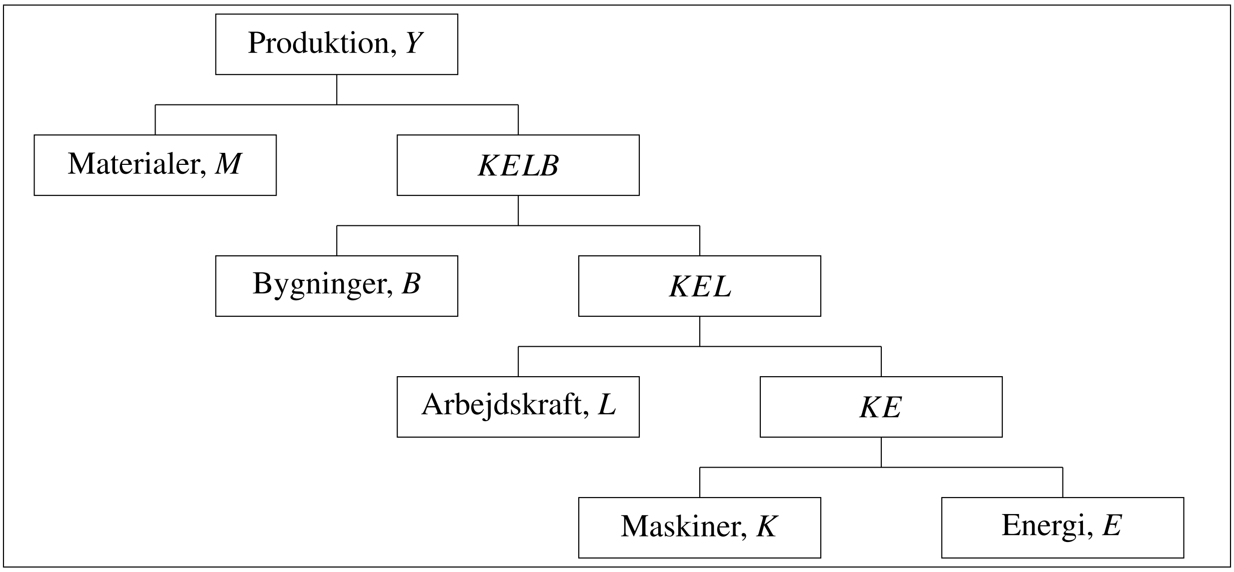
$$\gamma_j M_j = \mu_j^{YM} \left(\frac{P_j^M}{\gamma_j p_j^O} \right)^{-E_j^Y} Y_j$$

$$\gamma_j H_j = \mu_j^{YH} \left(\frac{P_j^H}{\gamma_j p_j^O} \right)^{-E_j^Y} Y_j$$

hvor parameteren γ_j er TFP'en i sektor j, Y_j er produktionen i sektor j, mens E'er og μ'er i dette dokument vil angive henholdsvis substitutionselasticiteter og andelsparametre fra de relevante CES-funktioner. Optimeringsprisen, p_j^O, der svarer til virksomhedens enhedsomkostninger (bortset fra lagerinvesteringer), kan bestemmes udfra

$$p_j^O Y_j = P_j^M M_j + P_j^H H_j$$

Den faktiske outputpris, p_j, som virksomhederne tager for deres produkt (før anvendelsesspe-



Figur 2.1: Produktionsfunktionens nest-struktur i REFORM

cifikke afgifter såsom moms), er givet ved:

$$p_j = (1+m_j)\left(p_j^O + \frac{\tau_j^Y}{1+\tau_j^Y}p_j + \frac{P_j^{IL}I_j^L}{Y_j(1-\tau^{cor})}\right)$$

hvor m_j er markup'en i sektor j, τ_j^Y er en sektorspecifik produktionsafgift, I_j^L angiver lager-investeringerne med pris P_j^{IL}, og τ^{cor} er selskabsskattesatsen.[3] Dermed kan profitten, Π_j, og provenuet fra produktionsafgifterne, T_j^Y, udtrykkes som

$$\Pi_j = \frac{m_j}{1+m_j}p_jY_j$$

$$T_j^Y = \frac{\tau_j^Y}{1+\tau_j^Y}p_jY_j$$

hvilket betyder, at det, der er tilovers efter produktionsskatter og profit, dækker virksomhedernes omkostninger,

$$p_jY - \Pi_j - T_j^Y = p_jY\left(1 - \frac{m_j}{1+m_j} - \frac{\tau_j^Y}{1+\tau_j^Y}\right) = p_j^OY_j + \frac{P_j^{IL}I_j^L}{1-\tau^{cor}}$$

I andet nest bestemmes efterspørgslen efter bygningskapital, B_j, med usercosten P_j^B (se nedenfor) og KEL-aggregatet med prisen P_j^{KEL}, samt prisen på KELB-aggregatet P_j^H

$$\theta_j^B B_j = \mu_j^{HB}\left(\frac{P_j^B}{\theta_j^B P_j^H}\right)^{-E_j^H} H_j$$

[3]Virksomhederne tager højde for, at udgifter til lagerinvesteringerne ikke kan trækkes fra i skat.

$$KEL_j = \mu_j^{HKEL} \left(\frac{P_j^{KEL}}{P_j^H} \right)^{-E_j^H} H_j$$

$$P_j^H H_j = P_j^B B_j + P_j^{KEL} KEL_j$$

Hvor θ_j^B angiver bygningsproduktiviteten.[4] I tredje nest bestemmes efterspørgslen efter arbejdskraft, L_j, med lønnen w og KE-aggregatet med prisen P_j^{KE}, samt prisen på KEL-aggregatet, P_j^{KEL}

$$\theta_j^L L_j = \mu_j^{LKEL} \left(\frac{w}{\theta_j^L P_j^{KEL}} \right)^{-E_j^{KEL}} KEL_j$$

$$KE_j = \mu_j^{KEKEL} \left(\frac{P_j^{KE}}{P_j^{KEL}} \right)^{-E_j^{KEL}} KEL_j$$

$$P_j^{KEL} KEL_j = P_j^L L_j + P_j^{KE} KE_j$$

Hvor θ_j^L angiver arbejdskraftens produktivitet.I fjerde nest bestemmes efterspørgslen efter maskinkapital, K_j, med usercosten P_j^K og Energi-aggregatet med prisen P_j^E, samt prisen på KE-aggregatet P_j^{KE}

$$\theta_j^K K_j = \mu_j^{KKE} \left(\frac{P_j^K}{\theta_j^K P_j^{KE}} \right)^{-E_j^{KE}} KE_j$$

$$\theta_j^E E_j = \mu_j^{EKE} \left(\frac{P_j^E}{\theta_j^E P_j^{KE}} \right)^{-E_j^{KE}} KE_j$$

$$P_j^{KE} KE_j = P_j^K K_j + P_j^E E_j$$

Hvor θ_j^K og θ_j^E angiver maskinkapitalens og energiens produktivitet.

[4]Denne skal bruges sammen med produktiviteter for maskinkapital og arbejdskraft, hvis man vil at lave produktivitetsstød, der rammer de primære faktorer (BVT).

Usercosten for kapitaltype $k = B, K$ kan udtrykkes som (se appendix A):

$$P_j^k = \frac{1}{1-\tau_j^{Cor}} \left[(1-\phi_j) \left(r + \delta_j^k \right) + \phi_j \left[\frac{\left(1-\tau_j^{Cor}\right) i - \pi}{1+\pi} + \delta_j^k \right] - \tau_j^{Cor} \delta_j^{k,Book} \frac{r + \delta_j^k}{i + \delta_j^{k,Book}} \right] P_j^{Ik}$$

hvor i er den nominelle rente (givet af det internationale renteniveau), π er inflation, δ_j^k er den økonomiske afskrivningsrate, $\delta_j^{k,Book}$ er den skattemæssige afskrivningsrate, P_j^{Ik} er investeringsprisen (defineret nedenfor), ϕ_j er virksomhedernes gældskvote, τ_j^{Cor} er selskabsskattesatsen og r er realrenten defineret ovenfor.

2.2.2 Udgave med flere typer arbejdskraft

Med uddannelsesfordelt arbejdskraft er lønnen pga. forskellig uddannelsesfordeling mellem brancherne blevet branchespecifik, hvorfor ligningen for arbejdskraften er givet ved:

$$L_j = \mu_j^{LKEL} \left(\frac{w_j}{P_j^{KEL}} \right)^{-E_j^{KEL}} KEL_j$$

Arbejdskraftaggregatet, L_j, består af ufaglært arbejdskraft, $Lu_{'uu',j}$, faglært arbejdskraft, $Lu_{'ue',j}$, og aggregatet af videregående arbejdskraft, $Lv_{,j}$. De ufaglærte og faglærte har her produktivitetsindeks knyttet til sig på samme måde som arbejdskraftaggregatet havde tidligere:

$$\theta_{um,j}^L Lu_{um,j} = \mu_{um,j}^L \left(\frac{wu_{um}/\theta_{um,j}^L}{w_j} \right)^{-E_j^L} L_j$$

hvor hvor $Lu_{um,j}$ er uddannelsesfordelt arbejdskraft, løn er wu_{um} er den uddannelsesfordelte løn, $\theta_{um,j}^L$ er arbejdskraftens uddannelsesfordelte produktivitet, E_j^L er substitutionselasticiteten mellem ufaglært, faglært og videregående uddannede, $\mu^{L}_{um,j}$ er andelsparameteren for uddannelsesfordelt arbejdskraft, mens fodtegn *um* er manuelt arbejde bestående af ufaglærte, *uu*, og faglærte, *ue*. Aggregatet for de videregående uddannede, Lv_j, og deres løn, wv_j, er også endogent korrigeret for produktivitetsændringer og hermed givet ved:

$$Lv_j = \mu^{Lv}_j \left(\frac{wv_j}{w_j}\right)^{-E^L_j} L_j$$

hvor μ^{Lv}_j er andelsparameteren til de videregående og indgår i samme nest som $\mu^{L}_{um,j}$ til trods for den lidt anderledes notation.

De videregående uddannede - fodtegn *uv* - er samlet i deres eget nest med LVU'er, MVU'er og KVU'er med en højere indenbyrdes substitutionselasticitet, E^{Lv}_j:

$$\theta^L_{uv,j} Lu_{uv,j} = \mu^L_{uv,j} \left(\frac{wu_{uv}/\theta^L_{uv,j}}{wv_j}\right)^{-E^{Lv}_j} Lv_j$$

Hver uddannelsesgruppes effektive arbejdsudbud er givet ved:

$$\sum_j Lu_{u,j} = \rho_u hours_u N^{Emp}_u$$

hvor ρ_u er den uddannelsesfordelte timeproduktivitet fratrukket den teknologiske udvikling siden kalibreringsåret[5], $hours_u$ er den uddannelsesfordelte arbejdstid og N^{Emp}_u er den uddannelsesfordelte beskæftigelse.

Den uddannelsesfordelte beskæftigelse er givet ved:

[5] $\rho_u \theta^L_{u,j}$ er den uddannelsesfordelte timeproduktivitet og $\theta^L_{u,j}$ er sat lig 1 i kalibreringsåret.

$$N_u^{Emp} = (1 - unemp_u) N_u^{Labforce}$$

hvor $unemp_u$ er den uddannelsesfordelte strukturelle ledighed, og $N_u^{Labforce}$ er den uddannelsesfordelte arbejdsstyrke.

Arbejdstiden, $hours_u$, fremkommer som løsning på forbrugerens optimeringsproblem mht. fritid og forbrug. Der er nu 6 uddannelsesgrupper. En gruppe er de arbejdsløse (som tidligere) og de sidste fem grupper er de uddannelsesfordelte beskæftigede.

Personer med en lang videregående uddannelse (LVU'er) har i kalibreringsåret i gennemsnit en højere løn end ufaglærte. Dette giver sig udslag i, at LVU'er har en højere værdi af ρ_u end ufaglærte i kalibreringsåret. En del af denne forskel skyldes uddannelsen, mens en del af forskellen skyldes andre karakteristika. Vi antager, at de andre karakteristika ikke ændrer sig over tid. I udgangspunktet antages 2/3 af forskellen i de relative lønninger at skyldes uddannelse. Hermed vil personer med lavere uddannelsesniveau i gennemsnit have lavere gennemsnitlig produktivitet, selvom de havde en længere uddannelse.

Når man øger andelen af personer med en bestemt uddannelse, skal man overveje hvilken ikke-uddannelsesafhængig produktivitet, man knytter til dem, som forlader gruppen eller til dem, som kommer til. De fleste metoder giver hurtigt et rod og gør den underliggende produktivitet i gruppen sti-afhængigt. Som jeg ser det, er det nemmeste at give alle som kommer til og forlader gruppen en gennemsnitlig produktivitet over hele befolkningen. Hermed stiger produktiviteten for ufaglærte, når der kommer flere til og falder når nogle forlader gruppen, mens det modsatte gør sig gældende for videregående uddannede. Denne tankegang giver anledning til følgende reation:

$$\rho_u = \rho_u^0 - \left(1 - \mu_\rho\right)\left(\rho_u^0 - \bar{\rho}\right)\frac{N_u^{Emp} - N_u^{Emp0}}{N_u^{Emp}}$$

hvor toptegn 0 indikerer, at det er variablen uden toptegn i kalibreringsåret, $\bar{\rho}$ er den gennemsnitlige produktivitet på tværs af uddannelsesgrupper eksklusiv uddannelseseffekten, og μ_ρ er den andel af forskellen i de individuelle produktiviteter, som skyldes uddannelse.

De øvrige relationer vedrørende arbejdstid, $\bar{h_u}$, og ledighedsgrad, $unemp_u$, er modelleret tilsvarende. Relationen for erhvervsfrekvensen medtager en effekt for uddannelseslængden:

$$N_u^{Labforce} = k_{LFPR}\left(LFPR_u - EduTime_u\right)N_u^{Pop} - \left(1 - \mu_{Labforce}\right)\left(LFPR_u - L\bar{F}PR\right)\left(N_u^{Pop} - N_u^{Pop0}\right)$$

hvor $EduTime_u$ er den gennemsnitlige tid brugt på uddannelse fra 18 til 30 år, $LFPR_u$ er Labour Force Participation Rate (erhvervsfrekvens) for uddannelsesgruppen i alderen 30-59 år, N_u^{Pop} er befolkningen fordelt efter hvilken uddannelse de har som 30-59-årige, da erhvervsfrekvensen er beregnet for de 30-59-årige og ganges på hele befolkningen, så vil der være brug for korrektionsfaktoren k_{LFPR} for at ramme den faktiske arbejdsstyrke.

2.2.3 Opsplitning af materiale- og investeringsaggragater

Materialeaggregatet i sektor j udsplittes i input, x_{ji}, fra økonomiens sektorer i bortset fra energiforsyning (analogt til ovenstående):[6]

$$x_{ji} = \mu^x_{ji} \left(\frac{P^x_{ji}}{P^M_j} \right)^{-E^M_j} M_j$$

$$P^M_j M_j = \sum_i P^x_{ji} x_{ji}$$

Hvert x_{ji} opsplittes derefter på køb fra indenlandske producenter, x^D_{ji}, og import fra udlandet, x^F_{ji}, med prisen p^F_i (inden afgifter):

$$x^D_{ji} = \mu^{xD}_{ji} \left(\frac{\left(1+\tau^{xD}_{ji}\right) p_i}{P^x_{ji}} \right)^{-E^x_j} x_{ji}$$

$$x^F_{ji} = \mu^{xF}_{ji} \left(\frac{\left(1+\tau^{xF}_{ji}\right) p^F_i}{P^x_{ji}} \right)^{-E^x_j} x_{ji}$$

$$P^x_{ji} x_{ji} = \left(1+\tau^{xD}_{ji}\right) p_i x^D_{ji} + \left(1+\tau^{xF}_{ji}\right) p^F_i x^F_{ji}$$

Hvor τ'er angiver afgifter (også i det følgende).[7]

Det antages at investeringerne for kapitaltype $k = B, K$ er givet ved steady-state-relationen:

$$I^k_j = \left(g + \delta^k_j\right) k_j / (1+g)$$

[6] Materialeaggregatet, samt de forskellige typer investeringer kan potentielt opdeles i nests lidt ligesom forbruget (se nedenfor).

[7] Her angives blot en samlet afgift for hver anvendelse. I modellen er afgifterne splittet op i bidrag fra flere delafgifter, men disse er ikke væsentlige for denne dokumentation.

hvor g er økonomiens vækstrate. Investeringsefterspørgselen udsplittes over alle sektorer i (også energiforsyning) ved:

$$I_{ji}^{k} = \mu_{ji}^{Ik} \left(\frac{P_{ji}^{IkI}}{P_{j}^{Ik}} \right)^{-E_{j}^{Ik}} I_{j}^{k}$$

$$P_{j}^{Ik} I_{j}^{k} = \sum_{i} P_{ji}^{IkI} I_{ji}^{k}$$

Dette opsplittes igen påindenlandsk og udenlandsk input:

$$I_{ji}^{kD} = \mu_{ji}^{IkD} \left(\frac{\left(1 + \tau_{ji}^{IkD}\right) p_{i}}{P_{ji}^{IkI}} \right)^{-E_{j}^{IkI}} I_{ji}^{k}$$

$$I_{ji}^{kF} = \mu_{ji}^{IkF} \left(\frac{\left(1 + \tau_{ji}^{IkF}\right) p_{i}^{F}}{P_{ji}^{IkI}} \right)^{-E_{j}^{IkI}} I_{ji}^{k}$$

$$P_{ji}^{IkI} I_{ji}^{k} = \left(1 + \tau_{ji}^{IkD}\right) p_{i} I_{ji}^{kD} + \left(1 + \tau_{ji}^{IkF}\right) p_{i}^{F} I_{ji}^{kF}$$

Lagerinvesteringer modelleres som nævnt som en omkostningskomponent, der følger produktionen:

$$I_{j}^{L} = \lambda_{j} Y_{j}$$

hvor λ_j både kan være positiv og negativ.Lagernvesteringerne opdeles på indenlandsk og udenlandsk input:

$$I_{j}^{LD} = \mu_{j}^{ILD} \left(\frac{\left(1 + \tau_{j}^{ILD}\right) p_{j}}{P_{j}^{IL}} \right)^{-E_{j}^{IL}} I_{j}^{L}$$

$$I_{j}^{LF} = \mu_{j}^{ILF} \left(\frac{\left(1 + \tau_{j}^{ILF}\right) p_{j}^{F}}{P_{j}^{IL}} \right)^{-E_{j}^{IL}} I_{j}^{L}$$

$$P_j^{IL} I_j^L = \left(1+\tau_j^{ILD}\right) p_j I_j^{LD} + \left(1+\tau_j^{ILF}\right) p_j^F I_j^{LF}$$

2.3 Husholdningerne

Der findes to typer husholdninger: Beskæftigede (L) og ikke-beskæftigede (NL). Beskæftigede personer har den disponible indkomst[8]

$$y_L = (1-\tau^w)\, whN_L + (1-\tau^r)\, \frac{N_L}{N_{pop}} \frac{r-g}{1+g} A + sN_L + \frac{N_L}{N_{pop}} \Delta T^C$$

hvor N_L er antal beskæftigede, h er arbejdstiden, τ^w er skatten på arbejdsindkomst, N_{pop} er befolkningens størrelse, A er forbrugernes samlede formue, τ^r er skatten på kapitalindkomst, s er en lumpsum transferering fra staten til husholdninger (således at den offentlige budgetbegrænsning holder med lighedstegn) og ΔT^C er provenuforskellen fra forbrugsafgifter regnet ved marginalsatser og gennemsnitssatser.[9] Ikke-beskæftigede personer har den disponible indkomst[10]

$$y_{NL} = (1-\tau^w)\,(N-N_L)\,\beta w + (1-\tau^r)\, \frac{N_{pop}-N_L}{N_{pop}} \frac{r-g}{1+g} A + (1-\tau^w)\, TR + s\,(N_{pop}-N_L) + \frac{N_{pop}-N_L}{N_{pop}} \Delta T^C$$

hvor $N < N_{pop}$ er arbejdsstyrken, β er kompensationsgraden og TR er transfereringer til husholdningerne (eksl. understøttelse og lumpsum).

[8] Ved flere typer arbejdskraft skal whN_L i denne ligning erstattes med $\sum_u w_u h_u N_{Lu}$

[9] På den offentlige saldo optræder kun provenuet fra forbrugsafgifter regnet ved hjælp af gennemsnitssatsen. Da forbrugerpriser regnes med marginalsatsen, skal den resulterende provenuforskel optræde andetsteds i modellen, fx i forbrugernes budgetbegrænsning. Det antages at forbrugerne anser ΔT^C for eksogen. “Tilbagebetalingen” bør nok vejes med de to typers forbrug istedet for deres befolkningsandele (dette er ligemeget, såfremt arbejdsudbuddet er eksogent).

[10] Ved flere typer arbejdskraft skal w i denne ligning erstattes med $\sum_u w_u h_u N_{Lu} / \sum_u N_{Lu}$

Hvis den strukturelle ledighedsprocent er givet ved u gælder det at

$$N_L = (1-u)N$$

Vi kan enten antage at u er eksogen eller (som i DREAM) at

$$u = u_0\beta^{\phi}$$

Ligevægt på arbejdsmarkedet indebærer at[11]

$$\sum_j L_j = hN_L$$

hvor arbejdstiden h vælges af de beskæftigede forbrugere (se nedenfor).

På grund af satsregulering antages det at

$$TR = \eta w\left(N_{pop} - N_L\right)$$

Nyttefunktionen for beskæftigede personer er givet ved:

$$U_L = \left[\left(\mu^{UC}\right)^{\frac{1}{E^U}} C_L^{\frac{E^U-1}{E^U}} + \left(\mu^{UV}\right)^{\frac{1}{E^U}} V^{\frac{E^U-1}{E^U}}\right]^{\frac{E^U}{E^U-1}} \tag{2.3}$$

hvor C_L er et forbrugsaggregat og V er fritid:

$$V = \left(\overline{h} - h\right)N_L$$

[11] I modellen med flere typer arbejdskraft bliver der en ligevægtsbetingelse for hver type, $\sum_j L_{ju} = h_u N_{Lu}$

Forbrugeren vælger sin arbejdstid h. Forbrugerens budgetrestriktion er givet ved

$$P^C C_L = y_L,$$

eller

$$P^C C_L = (1-\tau^w)\, whN_L + (1-\tau^r)\, \frac{N_L}{N_{pop}} \frac{r-g}{1+g} A + sN_L + \frac{N_L}{N_{pop}} \Delta T^C$$

hvor forbrugerprisindekset P^C er givet nedenfor. Dette kan omskrives til

$$P^C C_L + (1-\tau^w)\, wV = (1-\tau^w)\, w\bar{h}N_L + (1-\tau^r)\, \frac{N_L}{N_{pop}} \frac{r-g}{1+g} A + sN_L + \frac{N_L}{N_{pop}} \Delta T^C \equiv Y^Z \quad (2.4)$$

Bemærk at Y^Z kan fortolkes som den disponible fritidskorrigerede indkomst (idet lønindkomsten måles ud fra hele $\bar{h}$). Hvis man maksimerer (2.3) med (2.4) som bibetingelse fås efterspørgselssystemet:

$$C_L = \mu^{UC} \left(\frac{P^C}{P^U} \right)^{-E^U} \frac{Y^Z}{P^U}$$

$$V = \mu^{UV} \left(\frac{(1-\tau^w)\, w}{P^U} \right)^{-E^U} \frac{Y^Z}{P^U}$$

$$Y^Z = P^C C_L + (1-\tau^w)\, wV$$

Ikke-beskæftigede personer har nyttefunktionen

$$U_{NL} = C_{NL}$$

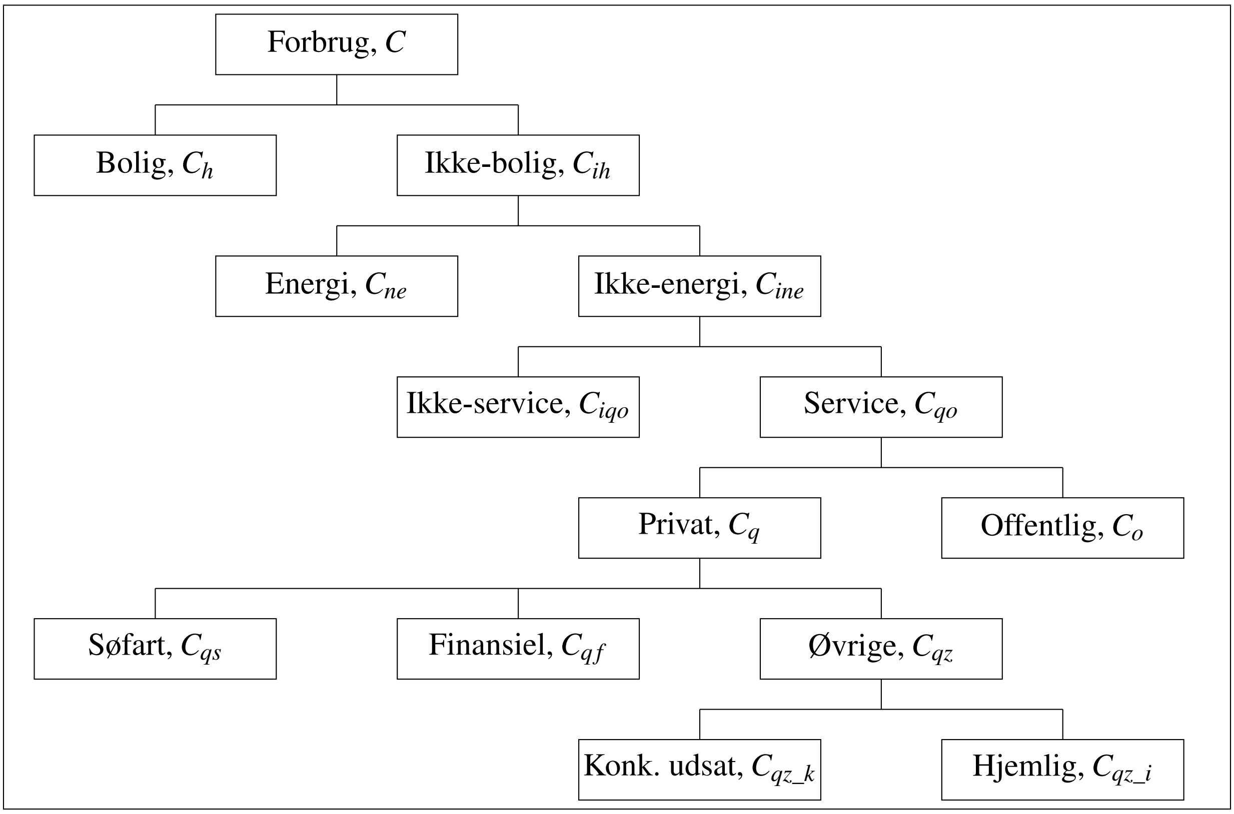
De vælger derfor det forbrug der tilfredsstiller budgetrestriktionen

$$P^C C_{NL} = y_{NL}$$

Det samlede forbrug

$$C = C_L + C_{NL}$$

udsplittes ved hjælp af et nestet efterspørgselssystemet analogt til produktionen. Dette gennemgås ikke i detaljer her, men den overordnede nest-struktur er illustreret i figur 2.2. Under energi ligger forbrug fra brancherne energiforsyning (ne) og olieraffinaderier (ng), men ikke-servive omfatter landbrug mv. (a), anlægs- og byggebranchen (b), råstofindvinding (e), nærings- og nydelsesmiddelindustri (nf) og fremstilling (nz).



Figur 2.2: Forbrugets nest-struktur i REFORM

2.3.1 Formue

Forbrugernes formue består af indenlandske aktier og anden formue. Denne "anden formue" dækker over indenlandske og udenlandske obligationer (herunder indenlandske stats- og virksomhedsobligationer)[12] og udenlandske aktier. Idet alle fomue-typerne har samme nominelle afkast i, behøver vi kun gøre denne skelnen. Det skyldes at værdien af indenlandske aktier typisk springer ved stød til økonomien. Det sker ikke for de andre formue-typer.[13]

Vi skal kende værdien af indenlandske aktier. Virksomhedens værdi i sektor j er givet ved steady-state-relationen:

$$(r-g)V_j/(1+g) = DIV_{jt}$$

hvor dividenten i steady-state antages at være givet ved[14]

$$\begin{aligned}
DIV_{jt} &= \left(1-\tau_j^{Cor}\right)\left(\frac{p_{jt}}{1+\tau_j^Y}Y_{jt} - P_{jt}^M M_{jt} - P_{jt}^E E_{jt} - w_t L_{jt} - \sum_{k=B,K}\delta_j^{k,Book}K_{j,t-1}^{k,Book}/(1+pg) - iD_{j,t-1}\right)\\
&- \sum_{k=B,K}P_{jt}^{Ik}I_{jt}^k + \sum_{k=B,K}\delta_j^{k,Book}K_{j,t-1}^{k,Book}/(1+pg) - P_{jt}^{IL}I_{jt}^L\\
&+ D_{jt} - D_{j,t-1}/(1+pg)
\end{aligned}$$

hvor D_j er sektorens gæld. Bemærk at bogført kapital $K^{k,Book}$ og gælden D er nominelle størrelser og derfor er både vækst- og inflationskorrigerede. Det sker ved at dele med $1+pg$ som er defineret ved

$$1+pg \equiv (1+\pi)(1+g)$$

[12] Det antages implicit i nuværende udgave af modellen, at de hjemlige forbrugere holder en eksogen mængde hjemlige statsobligationer samt en eksogen mængde af virksomhedernes gæld. Sidstnævnte betyder, at virksomheder på marginen udelukkende optager gæld i udlandet.

[13] Man kunne overveje at lade husholdningerne holde en fast andel af det offentliges og virksomhedernes gæld. I så fald ville denne formuepost også kunne reagere.

[14] I modellen med flere typer arbejdskraft, skal lønne blot være sektorspecifik i denne ligning. Dvs. w_j i stedet for w.

I en dynamisk model er den bogførte kapital givet ved akkumulationsligningen, $k = B, K$:

$$K_{jt}^{k,Book} = \left(1 - \delta_j^{k,Book}\right) K_{j,t-1}^{k,Book} + P_{jt}^{Ik} I_{jt}^k$$

Vækst- og inflationskorrektion fører til:

$$K_{jt}^{k,Book} = \left(1 - \delta_j^{k,Book}\right) K_{j,t-1}^{k,Book} / (1 + pg) + P_{jt}^{Ik} I_{jt}^k$$

hvilket i steady state giver

$$\left(g + \frac{\delta_j^{k,Book} + \pi}{1 + \pi}\right) K_j^{k,Book} / (1 + g) = P_j^{Ik} I_j^k$$

Endogen gældskvote opstår kun i en model med usikkerhed (default risk) eller ad hoc antagelser om ikke-lineære låneomkostninger. Det antages derfor at virksomhederne har en fast gældskvote:

$$D_{jt} = \sum_{k=B,K} \phi_j P_{jt}^{Ik} k_{jt}$$

Vi antager at en andel α_j^V af indenlandske aktier i sektor j er ejet af danske husholdninger og at resten er placeret i anden formue. Det gælder derfor at

$$A = \overline{A} + \sum_j \alpha_j^V V_j$$

hvor anden formue $\overline{A}$ er eksogen.

2.4 Den offentlige sektor

Den offentlige sektor er som udgangspunkt modelleret som en hvilken som helst anden produktionssektor. Den tilfredsstiller den gældende efterspørgsel ved at producere den offentlige vare med input af materialer, kapital og arbejdskraft. Den antages at omkostningsminimere og overholder derfor de samme førsteordensbetingelser som en privat sektor. Det der adskiller den offentlige sektor fra en privat sektor er derfor bestemmelsen af efterspørgslen. Efterspørgslen efter den offentlige vare vil enten antages at være eksogen eller være bestemt således at et eksogent givet budget overholdes.

Det giver ikke særligt meget mening at antage at den offentlige sektors markup er forskellig fra nul. Det må derfor anbefales enten at sikre dette i kalibreringsantagelsen, eller at ændre markup'en til nul ved et selvstændigt stød.

Vi antager at den offentlige sektor lånefinansierer alle sine investeringer (således at gældskvoten ϕ_o er lig 1):

$$D_o = \sum_{k=B,K} P_o^{Ik} k_o,$$

at den ikke betaler selskabsskat:

$$\tau_o^{Cor} = 0$$

samt at den offentlige sektors lagerinvesteringer er nul. I den offentlige sektor er "dividenden" dermed givet ved:

$$DIV_o = p_o Y_o - P_o^M M_o - P_o^E E_o - wL_o - \sum_{k=B,K} P_o^{Ik} I_o^k - (r-g) D_o / (1-g)$$

Det glæder derfor at user-cost i den offentlige sektor er givet ved

$$P_o^k = \left(r + \delta_o^k\right) P_o^{Ik}$$

Da det i steady state gælder at

$$I_o^k = \left(g + \delta_o^k\right) k_o / (1+g)$$

har vi at

$$\begin{aligned}
DIV_o &= p_o Y_o - P_o^M M_o - P_o^E E_o - wL_o - \sum_{k=B,K} P_o^{Ik} \left(g + \delta_o^k\right) k_o / (1+g) - \sum_{k=B,K} (r-g) P_o^{Ik} k_o / (1-g) \\
&= p_o Y_o - P_o^M M_o - P_o^E E_o - wL_o - \sum_{k=B,K} P_o^{Ik} (r + \delta_o) k_o / (1+g) \\
&= p_o Y_o - P_o^M M_o - P_o^E E_o - wL_o - \sum_{k=B,K} P_o^k k_o / (1+g) \\
&= 0
\end{aligned}$$

Det sidste lighedstegn gælder kun hvis markup'en er nul. Det vil vi derfor antage at den er.

Hvis dividenterne DIV_o i den offentlige sektor er nul, gælder det ligeledes for værdien af aktier er nul:

$$V_o = 0.$$

Der defineres en primær saldo ud fra indtægter og udgifter. Modellen lukkes typisk ved at antage balanceret saldo og endogenisere en eller anden skattesats eller overførsel.

Den primære saldo er givet ved

$$
\begin{aligned}
S^P &= \sum_i \sum_j \tau_{ji}^{xD} p_i x_{ji}^D + \sum_i \sum_j \tau_{ji}^{xF} p_i^F x_{ji}^F \\
&+ \sum_{k=B,K} \sum_i \sum_j \tau_{ji}^{IkD} p_i I_{ji}^{kD} + \sum_{k=B,K} \sum_i \sum_j \tau_{ji}^{IkF} p_i^F I_{ji}^{kF} \\
&+ \sum_i \sum_j \tau_{ji}^{ILD} p_i I_{ji}^{LD} + \sum_i \sum_j \tau_{ji}^{ILF} p_i^F I_{ji}^{LF} \\
&+ \sum_i \tau_i^{CD} p_i c_i^D + \sum_i \tau_i^{CF} p_i^F c_i^F \\
&+ \sum_i \tau_i^{GD} p_i g_i^D + \sum_i \tau_i^{GF} p_i^F g_i^F \\
&+ \sum_i \tau_i^{XD} p_i X_i^D + \sum_i \tau_i^{XF} p_i^F X_i^F \\
&+ \sum_i \tau_i^{Cor} \left(p_i Y_i / \left(1+\tau_i^Y\right) - P_i^M M_i - P_i^E E_i - wL_i - \sum_{k=B,K} \delta_i^{k,Book} K_i^{k,Book} / (1+pg) - iD_i \right) \\
&+ \sum_i \tau_i^Y p_i Y_i / \left(1+\tau_i^Y\right) \\
&+ \tau_w \left(whN_L + (N-N_L)\beta w + TR \right) \\
&+ \tau_r (r-g) A / (1+g) \\
&- (N-N_L)\beta w - TR - \sum_j P_i^G G_i - sN_{pop}
\end{aligned}
$$

hvor c_i^D og c_i^F angiver privat forbrug af henholdsvis indenlandsk og udenlanske producerede varer fra sektor i, g_i^D og g_i^F angiver offentligt forbrug af henholdsvis indenlandsk og udenlanske producerede varer fra sektor i, X_i^D angiver indenlandske varer eksporteret fra sektor i og X_i^F angiver import til reeksport i sektor i. Saldoen er i en dynamisk model givet ved

$$
D_t^G = (1+i) D_{t-1}^G - S_t^P
$$

Lad os antage at vi er i en steady state med konstant inflation, således at

$$D_t^G = (1+g)(1+\pi)D^G$$

og

$$S_t^P = (1+g)(1+\pi)S^P$$

Det gælder da at

$$D^G(1+g)^t(1+\pi)^t = (1+i)D^G(1+g)^{t-1}(1+\pi)^{t-1} - S^P(1+g)^t(1+\pi)^t$$

hvilket svarer til

$$S^P = (r-g)D^G/(1+g) \tag{2.5}$$

Den offentlige sektor vil typisk blive lukket ved at gøre antagelser om den offentlige gæld. Man kan f.eks. antage at

$$D^G = 0$$

eller

$$D^G = \eta^G GDP$$

Det offentlige forbrug af varer fra sektor j er defineret ved aggregatet G_j. Dette aggregat splittes ud på indenlandske og udenlandske varer ved:

$$g_i^D = \mu_i^{GD}\left(\frac{\left(1+\tau_i^{GD}\right)p_i}{P_i^G}\right)^{-E^G} G_i$$

$$g_i^F = \mu_i^{GF} \left(\frac{\left(1+\tau_i^{GF}\right) p_i^F}{P_i^G} \right)^{-E^{CC}} G_i$$

$$P_i^G G_i = \left(1+\tau_i^{GD}\right) p_i g_i^D + \left(1+\tau_i^{GF}\right) p_i^F g_i^F$$

2.5 Udlandet

Det antages at udlandet efterspørger de danske varer via eksport-relationer:

$$X_j = \kappa_j \left(\frac{p_j}{p_j^F} \right)^{-E_j^X}$$

Det er muligt at modellere forskellige mere eller mindre beskyttede sektorer ved at variere E_j^X mellem sektorerne.

For at modellere re-eksport antages det at X_j er et aggegat af indenlandske og udenlandske varer:

$$X_i^D = \mu^{XD} \left(\frac{\left(1+\tau_i^{XD}\right) p_i}{P_i^{Ex}} \right)^{-E^{Ex}} X_i$$

$$X_i^F = \mu^{XF} \left(\frac{\left(1+\tau_i^{XF}\right) p_i^F}{P_i^{Ex}} \right)^{-E^{Ex}} X_i$$

$$P_i^{Ex} X_i = \left(1+\tau_i^{XD}\right) p_i X_i^D + \left(1+\tau_i^{XF}\right) p_i^F X_i^F$$

2.6 Ligevægtsbetingelser

Som nævnt ovenfor indebærer ligevægt på arbejdsmarkedet at

$$\sum_j L_j = hN_L$$

Varemarkedsligevægten på det j'te marked er givet ved:

$$Y_j = \sum_i x_{ij}^D + c_j^D + g_j^D + \sum_{k=B,K} \sum_i I_{ij}^{kD} + I_j^{LD} + X_j^D$$

Er alle indkomststrømme i modellen afstemt konsistent, skulle der opnås balance overfor udlandet. Det vil sige, at værdien af nettoeksporten skal modsvare afkastet af udlandets nettoformue overfor hjemlandet. I den nuværende udgave kan denne balance udtrykkes som[15]

$$\sum_i \left[P_i^{Ex} X_i - p_i^F \left(X_i^F + c_i^F + I_i^{LF} + g_i^F + \sum_j \left(x_{ji}^F + \sum_{k=B,K} I_{ji}^{kF} \right) \right) \right] = \frac{r-g}{1+g} \left[D^G - \bar{A} + \sum_i \left(D_i + \left(1 - \alpha_i^V \right) V_i \right) \right]$$

3 Velfærdsanalyse

Nytte-mål for beskæftigede er givet ved:

$$U_L = \frac{Y^Z}{P^U}$$

hvor Y^Z er den disponible fritidskorrigerede indkomst (se ovenfor). Antag vi i grundforløbet har værdierene Y_0^Z og P_0^U og i et alternativ-forløb har værdierne Y_1^Z og P_1^U. Ud fra dette kan

[15] Det er en god idé at tjekke denne balance ved kørsler med modellen. Balancen overfor udlandet kan ikke pålægges som en ligevægtsbetingelse, da denne følger af de øvrige ligevægtsbetingelser (Walras' lov).

vi definere et EV-mål (det antal kroner forbrugeren skal have for at syntes at grundforløb og alternativ er lige gode):

$$\frac{Y_0^Z + EV_L}{P_0^U} \equiv \frac{Y_1^Z}{P_1^U}$$

således at

$$\begin{aligned} EV_L &= \frac{P_0^U}{P_1^U} Y_1^Z - Y_0^Z \\ &= \left(Y_1^Z - Y_0^Z\right) + \frac{P_0^U - P_1^U}{P_1^U} Y_1^Z \end{aligned}$$

Nytte-målet for de ikke-beskæftigede er

$$U_{NL} = \frac{y_{NL}}{P^C}$$

og vi kan derfor på samme måde definere et EV-mål:

$$EV_{NL} = \left(y_{NL}^1 - y_{NL}^0\right) + \frac{P_0^C - P_1^C}{P_1^C} y_{NL}^1$$

Idet EV-målene er målt i kroner kan vi addere dem:

$$EV = EV_L + EV_{NL}$$

Vi definerer de 2 konsument-overskud:

$$EV_L^K \equiv \frac{P_0^U - P_1^U}{P_1^U} Y_1^Z$$

og

$$EV_{NL}^{K} \equiv \frac{P_0^C - P_1^C}{P_1^C} y_{NL}^{1}$$

og det samlede konsument-overskud er givet ved

$$EV^K = EV_N^K + EV_{NL}^K$$

Definer den samlede fritids-korrigerede indkomst:

$$Y^{Tot} \equiv Y^Z + y_{NL}$$

således at det samlede EV-mål er givet ved:

$$EV = \left(Y_1^{Tot} - Y_0^{Tot}\right) + EV^K$$

Komponenten $\left(Y_1^{Tot} - Y_1^{Tot}\right)$ kan yderligere opdeles i producentoverskud, nytte af fritid, effekt af skatteændringer osv.

Det gælder at

$$
\begin{aligned}
Y^{Tot} &= (1-\tau^w)\, w\overline{h}N_L + (1-\tau^r)\,\frac{N_L}{M}\,(r-g)A/(1+g) + sN_L + \frac{N_L}{N_{pop}}\Delta T^C \\
&+ (1-\tau^w)\,(N-N_L)\,\beta w + (1-\tau^r)\,\frac{N_{pop}-N_L}{N_{pop}}\,(r-g)A/(1+g) + (1-\tau^w)\,TR + s\,(N_{pop}-N_L) + \frac{N_{pop}}{N_{p}} \\
&= (1-\tau^w)\, w\left(\overline{h}-h\right)N_L + (1-\tau^w)\, whN_L + (1-\tau^r)\,(r-g)A/(1+g) \\
&+ (1-\tau^w)\,(N-N_L)\,\beta w + (1-\tau^w)\,TR + sN_{pop} + \Delta T^C \\
&= (1-\tau^w)\, w\left(\overline{h}-h\right)N_L + w\sum_j L_j + (r-g)A/(1+g) \\
&+ (N-N_L)\,\beta w + TR + sN_{pop} + \Delta T^C \\
&- \tau^w\left(w\sum_j L_j + (N-N_L)\,\beta w + TR\right) - \tau^r\,(r-g)A/(1+g)
\end{aligned}
$$

Nytte af fritid måles ved indkomsten

$$Y^{Fri} = (1-\tau^w)\, w\left(\overline{h}-h\right)N_L$$

Det hertil hørende EV-mål er givet ved:

$$EV^{Fri} = Y_1^{Fri} - Y_0^{Fri}$$

Bemærk at

$$
\begin{aligned}
wL + (r-g)A/(1+g) &= w\sum_j L_j + (r-g)\left(\overline{A} + \alpha^V\sum_j V_j\right)/(1+g) \\
&= w\sum_j L_j + (r-g)\sum_j V_j/(1+g) + (r-g)\left(\overline{A} - \left(1-\alpha^V\right)\sum_j V_j\right)/(1+g)
\end{aligned}
$$

Vi definerer løbende nettoindkomst ved:

$$\begin{aligned} Y^N &\equiv w\sum_j L_j + (r-g)\sum_j V_j / (1+g) \\ &= w\sum_j L_j + \sum_j DIV_j \end{aligned}$$

Nettoindkomsten er den nytte forbrugerne får via indkomst fra virksomhederne. Den offentlige sektor indgår også i dette nyttemål, men kun via den købekraft ansættelse i den offentlige sektor giver anledning til. Nytte af det offentlige forbrug er ikke medregnet. Vi definerer producentoverskuddet ved ændringen i nettoindkomsten:

$$EV^P = Y_1^N - Y_0^N$$

Vi definerer kapitalindkomst fra andet end indenlandske aktier ved:

$$Y^A \equiv (r-g)\left(\overline{A} - \left(1-\alpha^V\right)\sum_j V_j\right) / (1+g)$$

Vi har fradraget indkomsttab grundet udenlandsk ejerskab af danske aktier. Vi definerer et EV-mål svarende til dette indkomst-begreb:

$$EV^A = Y_1^A - Y_0^A$$

Bemærk at dette EV-mål grundlæggende måler nytteeffekten af udenlandsk ejerskab af danske aktier (idet $\overline{A}$ typisk ikke ændrer sig ved stød til modellen).

Vi definerer indkomst fra offentlige transfereringer ved

$$Y^{TR} \equiv (N - N_L)\beta w + TR + sN_{pop} + \Delta T^C$$

indkomstskat (negativ indkomst) ved

$$Y_w^{TAX} \equiv -\tau^w \left(wL + \left(N - N_L\right)\beta w + TR\right)$$

kapitalindkomstskat (negativ indkomst):

$$Y_r^{TAX} \equiv -\tau^r \left(r - g\right) A / \left(1 + g\right)$$

For hver af disse defineres EV-mål:

$$EV^{TR} = Y_1^{TR} - Y_0^{TR}$$

$$EV_w^{TAX} = Y_{w1}^{TAX} - Y_{w0}^{TAX}$$

$$EV_r^{TAX} = Y_{r1}^{TAX} - Y_{r0}^{TAX}$$

Dat det gælder at den samlede indkomst Y^{Tot} kan skrives som

$$Y^{Tot} = Y^{Fri} + Y^N + Y^A + Y^{TR} + Y_w^{TAX} + Y_r^{TAX}$$

får vi et samlet EV-mål:

$$EV = EV^K + EV^P + EV^{Fri} + EV^A + EV^{TR} + EV_w^{TAX} + EV_r^{TAX}$$

Vi har derfor at EV-målet er summen af 7 led: konsumentoverskudet (effekt af ændrede relative priser inkl. bytteforholdseffekter), producentoverskuddet, nytte af fritid, effekt af udenlandsk ejerskab, transfereringer samt skat på hhv. løbende indkomst og kapitalindkomst.

A Udledning af user cost

For at definere user-cost er det bedst at tage udgangspunkt i en dynamisk model. Vi opstiller problemet, løser det og finder ud af hvad kapitalens grænseprodukt skal være lig med i steady-state. Det er per definition user-cost i steady state.

Dividenden i den enkelte sektor er givet ved:

$$\begin{aligned} DIV_t &= \left(1-\tau^{Cor}\right)\left(p_tY_t - P_t^M M_t - P_t^E E_t - w_t L_t - \sum_{k=B,K} \delta^{k,Book} K_{t-1}^{k,Book} - iD_{t-1}\right) \\ &- \sum_{k=B,K} P_t^{Ik} I_t^k + \sum_{k=B,K} \delta^{k,Book} K_{t-1}^{k,Book} - P_t^{IL} I_t^L \\ &+ D_t - D_{t-1} \end{aligned} \tag{A.1}$$

hvor i er nominel rente, τ^{Cor} er selskabsskat, D_t er virksomhedernes gæld, $\delta^{k,Book}$ er skattemæssige afskrivningsrate på kapitaltype $k = B,K$ og $K_t^{k,Book}$ er den dertil hørende bogførte værdi. Det sidste defineres ved:

$$K_t^{k,Book} = \left(1-\delta^{k,Book}\right) K_{t-1}^{k,Book} + P_t^{Ik} I_t^k \tag{A.2}$$

Desuden gælder den almindelige akkumulationsligning:

$$k_t = \left(1-\delta^k\right) k_{t-1} + I_t^k \tag{A.3}$$

Det ses af første linie i (A.1) at virksomhederne antages at kunne trække skattemæssige afskrivninger og renteudgifter fra i selskabsskatten. I 2. linie ses det at udgifterne til investeringer kun belaster de udbetalte dividenter i den udstrækning de overstiger de skattemæssige afskrivninger.

Endelig viser den 3. linie effekten af ny låntagning.

Endogen gældskvote opstår kun i en model med usikkerhed (default risk) eller ad hoc antagelser om ikke-lineære låneomkostninger. Det antages derfor at virksomhederne har en fast gældskvote:

$$D_t = \phi \sum_{k=B,K} P_t^{Ik} k_t \tag{A.4}$$

Vi antager at virksomheden på tidspunkt t ønsker at maksimere virksomhedens værdi:

$$V_{t-1} = \sum_{s=t}^{\infty} DIV_s \left(\frac{1}{1+r}\right)^{1+s-t}$$

I dette tilfælde vil virksomheden i steady-state med konstant inflation π have user-cost :

$$P^k \equiv \frac{1}{1-\tau^{Cor}} \left[(1-\phi)\left(r+\delta^k\right) + \phi \left[\frac{\left(1-\tau^{Cor}\right) i - \pi}{1+\pi} + \delta^k \right] - \tau^{Cor} \delta^{k,Book} \frac{r+\delta^k}{i+\delta^{k,Book}} \right] P^{Ik} \tag{A.5}$$

hvor realrenten r er defineret ved

$$r \equiv \frac{i-\pi}{1+\pi}$$

Bemærk at hvis

$$\tau^{Cor} = 0$$

da gælder det at

$$P^k = \left(r+\delta^k\right) P^{Ik}$$

uanset hvad gældskvoten ϕ er.

Vi beviser (A.5) ved at beregne de optimale investeringer. Ved at løse (A.2) og (A.3) fås:

$$K_t^{k,Book} = \sum_{s=-\infty}^{t} P_s^{Ik} I_s^k \left(1-\delta^{k,Book}\right)^{t-s}$$

$$k_t = \sum_{s=-\infty}^{t} I_s^k \left(1-\delta^k\right)^{t-s}$$

Det gælder derfor for $s \leq t$ at

$$\frac{\partial K_t^{k,Book}}{\partial I_s^k} = P_s^{Ik} \left(1-\delta^{k,Book}\right)^{t-s}$$

$$\frac{\partial k_t}{\partial I_s^k} = \left(1-\delta^k\right)^{t-s}$$

ellers gælder det at

$$\frac{\partial K_t^{k,Book}}{\partial I_s^k} = \frac{\partial k_t}{\partial I_s^k} = 0$$

Dividenten kan skrives på mere kompakt form:

$$\begin{aligned} DIV_t &= \left(1-\tau^{Cor}\right)\left(p_t Y_t - P_t^M M_t - P_t^E E_t - w_t L_t\right) \\ &- \sum_{k=B,K} (1-\phi) P_t^{Ik} I_t^k - \sum_{k=B,K} \beta_t^k P_{t-1}^{Ik} k_{t-1} + \beta^{k,Book} K_{t-1}^{Book} - P_t^{IL} I_t^L \end{aligned} \tag{A.6}$$

hvor

$$\beta_t^k \equiv \phi\left[\left(1-\tau^{Cor}\right) i + 1 - \left(1+\pi_t^{Ik}\right)\left(1-\delta^k\right)\right],\ \pi_t^{Ik} \equiv \frac{P_t^{Ik} - P_{t-1}^{Ik}}{P_{t-1}^{Ik}}$$

$$\beta^{k,Book} \equiv \tau^{Cor} \delta^{k,Book}$$

således at

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial V_{t-1}}{\partial I_s^k} &= \sum_{v=t}^{\infty} \frac{\partial DIV_v}{\partial I_s^k} \left(\frac{1}{1+i} \right)^{1+v-t} \\
&= -(1-\phi) P_s^{Ik} \left(\frac{1}{1+i} \right)^{1+s-t} \\
&+ \sum_{v=t}^{\infty} \left(\left(1-\tau^{Cor}\right) p_v \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} \frac{dk_{v-1}}{dI_s^k} - \beta_v^k P_{v-1}^{Ik} \frac{dk_{v-1}}{dI_s^k} + \beta^{k,Book} \frac{dK_{v-1}^{k,Book}}{dI_s^k} \right) \left(\frac{1}{1+i} \right)^{1+v-t} \\
&= -(1-\phi) P_s^{Ik} \left(\frac{1}{1+i} \right)^{1+s-t} \\
&+ \sum_{v=s+1}^{\infty} \left(\left[\left(1-\tau^{Cor}\right) p_v \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} - \beta_v^k P_{v-1}^{Ik} \right] \left(1-\delta^k\right)^{v-1-s} + \beta^{k,Book} P_s^{Ik} \left(1-\delta^{k,Book}\right)^{v-1-s} \right) \left(\frac{1}{1+i} \right)^{1+v-t} \\
&= 0
\end{aligned}
$$

eller

$$(1-\phi) P_s^{Ik} = \varphi_s^k$$

hvor

$$\varphi_s^k \equiv \sum_{v=s+1}^{\infty} \left(\left[\left(1-\tau^{Cor}\right) p_v \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} - \beta_v^k P_{v-1}^{Ik} \right] \left(1-\delta^k\right)^{v-1-s} + \beta^{k,Book} P_s^{Ik} \left(1-\delta^{k,Book}\right)^{v-1-s} \right) \left(\frac{1}{1+i} \right)^{v-s}$$

Lad os nu antage steady-state med konstant inflation π. Vi inflationskorrigerer φ_s^k:[16]

$$
\begin{aligned}
\varphi^k &= (1+\pi)^{-s} \sum_{v=s+1}^{\infty} \left(\left[\left(1-\tau^{Cor}\right) p (1+\pi)^v \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} - \beta^k P^{Ik} (1+\pi)^{v-1} \right] \left(1-\delta^k\right)^{v-1-s} + \beta^{k,Book} (1+\pi)^s P^{Ik} \left(1-\delta^{k,Book}\right)^{v-1-s} \right) \left(\frac{1}{1+i} \right)^{v-s} \\
&= \sum_{v=s+1}^{\infty} \left(\left[\left(1-\tau^{Cor}\right) p \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} - \beta^k P^{Ik} (1+\pi)^{-1} \right] \left(1-\delta^k\right)^{v-1-s} + (1+\pi)^{-1} \beta^{k,Book} (1+\pi)^{1+s-v} P^{Ik} \left(1-\delta^{k,Book}\right)^{v-1-s} \right) \left(\frac{1+\pi}{1+i} \right)^{v-s} \\
&= \sum_{v=s+1}^{\infty} \left(\left[\left(1-\tau^{Cor}\right) p \frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} - \beta P^{Ik} (1+\pi)^{-1} \right] \left(1-\delta^k\right)^{v-1-s} + (1+\pi)^{-1} \beta^{k,Book} P^{Ik} \left(\frac{1-\delta^{k,Book}}{1+\pi} \right)^{v-1-s} \right) \left(\frac{1+\pi}{1+i} \right)^{v-s}
\end{aligned}
$$

[16] Vi kan antage at $\partial Y_v / \partial K_{v-1}$ er konstant i et balanceret vækstforløb da produktionsfunktionen er antaget homogen af 1. grad

eller

$$
\begin{aligned}
\varphi^k &= \frac{1+\pi}{1+i}\sum_{v=s+1}^{\infty}\left(\left[\left(1-\tau^{Cor}\right)p\frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}}-\beta^k P^{Ik}\left(1+\pi\right)^{-1}\right]\left(1-\delta^k\right)^{v-(s+1)}+\left(1+\pi\right)^{-1}\beta^{k,Book}P^{Ik}\left(\frac{1-\delta^{k,Book}}{1+\pi}\right)^{v-(s+1)}\right)\left(\frac{1+\pi}{1+i}\right)^{v-(s+1)} \\
&= \frac{1+\pi}{1+i}\sum_{v=0}^{\infty}\left(\left[\left(1-\tau^{Cor}\right)p\frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}}-\beta^k P^{Ik}\left(1+\pi\right)^{-1}\right]\left(1-\delta^k\right)^{v}+\left(1+\pi\right)^{-1}\beta^{k,Book}P^{Ik}\left(\frac{1-\delta^{k,Book}}{1+\pi}\right)^{v}\right)\left(\frac{1+\pi}{1+i}\right)^{v} \\
&= \frac{1+\pi}{1+i}\left(\left(\left[\left(1-\tau^{Cor}\right)p\frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}}-\beta^k P^{Ik}\left(1+\pi\right)^{-1}\right]\sum_{v=0}^{\infty}\left(\left(1-\delta^k\right)\frac{1+\pi}{1+i}\right)^{v}+\left(1+\pi\right)^{-1}\beta^{k,Book}P^{Ik}\sum_{v=0}^{\infty}\left(\frac{1-\delta^{k,Book}}{1+i}\right)^{v}\right)\right) \\
&= \frac{1+\pi}{1+i}\left(\left(\left[\left(1-\tau^{Cor}\right)p\frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}}-\beta^k P^{Ik}\left(1+\pi\right)^{-1}\right]\frac{1+i}{i-\pi+\left(1+\pi\right)\delta}+\left(1+\pi\right)^{-1}\beta^{k,Book}P^{Ik}\frac{1+i}{i+\delta^{k,Book}}\right)\right) \\
&= \left[\left(1-\tau^{Cor}\right)p\frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}}\left(1+\pi\right)-\beta^k P^{Ik}\right]\frac{1}{i-\pi+\left(1+\pi\right)\delta^k}+\beta^{k,Book}P^{Ik}\frac{1}{i+\delta^{k,Book}}
\end{aligned}
$$

gælder da at

$$
\left(1-\phi\right)P^{Ik}=\left[\left(1-\tau^{Cor}\right)p\frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}}\left(1+\pi\right)-\beta^k P^{Ik}\right]\frac{1}{i-\pi+\left(1+\pi\right)\delta^k}+\beta^{k,Book}P^{Ik}\frac{1}{i+\delta^{k,Book}}
$$

således at

$$
\left(1-\tau^{Cor}\right)p\frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}}\frac{1+\pi}{i-\pi+\left(1+\pi\right)\delta^k}=\left(1-\phi\right)P^{Ik}+\beta^k P^{Ik}\frac{1}{i-\pi+\left(1+\pi\right)\delta^k}-\beta^{k,Book}P^{Ik}\frac{1}{i+\delta^{k,Book}}
$$

eller

$$
p\frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}}=\frac{1}{1-\tau^{Cor}}\left[\frac{i-\pi+\left(1+\pi\right)\delta^k}{1+\pi}\left(1-\phi\right)P^{Ik}+\beta^k P^{Ik}\frac{1}{1+\pi}-\beta^{k,Book}P^{Ik}\frac{i-\pi+\left(1+\pi\right)\delta^k}{i+\delta^{k,Book}}\frac{1}{1+\pi}\right]
$$

således at

$$
p\frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}}=\frac{1}{1-\tau^{Cor}}\left[\left(1-\phi\right)\left(\frac{i-\pi}{1+\pi}+\delta^k\right)+\phi\left[\frac{\left(1-\tau^{Cor}\right)i-\pi}{1+\pi}+\delta^k\right]-\tau^{Cor}\delta^{k,Book}\frac{\frac{i-\pi}{1+\pi}+\delta}{i+\delta^{k,Book}}\right]P^{Ik}
$$

Indsættes $r=\left(i-\pi\right)/\left(1+\pi\right)$ fås usercost udtrykket ovenfor,

$$p\frac{\partial Y_v}{\partial k_{v-1}} = \frac{1}{1-\tau^{Cor}}\left[(1-\phi)\left(r+\delta^k\right)+\phi\left[\frac{\left(1-\tau^{Cor}\right)i-\pi}{1+\pi}+\delta^k\right]-\tau^{Cor}\delta^{k,Book}\frac{r+\delta^k}{i+\delta^{k,Book}}\right]P^{Ik}$$