En simpel model for endogen vækst

Peter Stephensen

DREAM Arbejdspapir 2016:1
Juli 2016

Abstract

I papiret foreslås et model-setup, som gør det muligt at indføre endogen vækst i en standard CGE-model. Der opstilles en model, der rummer grundideerne i forestillingen om endogen vækst.

Modellen beskriver endogen vækst som et fænomen, der opstår i en økonomi med imperfekt konkurrence, hvor virksomhederne slås om markedsandele ved hjælp af forskningsaktivitet (ofte kaldet R&D). Graden af konkurrence er endogen i modellen, idet entry og exit af virksomheder modelleres på en simpel måde.

I papiret fokuseres udelukkende på, at forskningsgenereret vækst forklares ved forøget produktivitet. Den enkelte virksomhed kan vinde markedsandele ved at sænke prisen relativt til de andre virksomheder. Via forskningsaktivitet kan virksomheden forøge sin produktivitet, hvilket giver mulighed for en sådan prisnedsættelse. Alle virksomheder handler imidlertid på denne måde, og systemet ender i en ligevægt, hvor virksomhederne holder hinanden i skak.

Muligheden for at forøge sin produktivitet via forskning introducerer en form for stigende skalaafkast i systemet. Dette giver potentielt anledning til ren profit, men det antages, at entry/exit af virksomheder tilpasses således at virksomhedernes løbende rene profit konkurreres væk.

DREAM, Danish Rational Economic Agents Model. Amaliegade 44, 1256 København K
www.dreammodel.dk

En simpel model for endogen vækst

Peter Stephensen, DREAM (Version 1)

July 15, 2016

1 Indledning

Formålet med dette notat er at foreslå et model-setup der gør det muligt at indføre endogen vækst i en standard CGE-model. Der opstilles en model der rummer grundideerne i forestillingen om endogen vækst. Denne model beskriver endogen vækst som et fænomen der opstår i en økonomi med imperfekt konkurrence hvor virksomhederne slås om markedsandele ved hjælp af forskningsaktivitet (herefter kaldet R&D). Graden af konkurrence er endogen i modellen idet entry og exit af virksomheder modelleres på en meget simpel måde.

Forskningsgenereret vækst forklares typisk ved forøget produktivitet, forhøjet kvalitet og/eller udvikling af nye varer. Her beskæftiger vi os udelukkende med produktivitet. Den enkelte virksomhed kan vinde markedsandele ved at sænke prisen relativt til de andre virksomheder. Via forskningsaktivitet kan den forøge sin produktivitet, hvilket giver mulighed for et sådant prisfald. Alle virksomheder handler imidlertid på denne måde og systemet ender i en ligevægt hvor virksomhederne holder hinanden i skak. Muligheden for at forøge sin produktivitet via forskning introducerer en form for stigende skalaafkast i systemet. Dette giver potentielt anledning til ren profit, men det antages at entry/exit af virksomheder tilpasses således at virksomhedernes løbende rene profit konkurreres væk.

2 Model

Vi betragter en simpel lukket Dixit-Stigtitz-økonomi med 1 type arbejdskraft. Der er mange ens virksomheder der står overfor en faldende efterspørgselskurve. Den enkelte virksomhed har produktionsfunktionen:

$$y_t = a_{t-1} l_t \tag{1}$$

Herudover har virksomheden muligheden for at have en R&D-afdeling med l_t^{RD} ansatte. Denne afdeling er i stand til at opfinde ting og sager som forøger virksomhedens produktivitet:

$$a_t = a_{t-1} + \phi \left(l_t^{RD}\right)^{\alpha} a_{t-1}^{\gamma} \tag{2}$$

Bemærk at vi antager aftagende skalaafkast ($\alpha < 1$) i denne “produktionsfunktion”. Heri ligger en antagelse om at forskning tager tid: 1 times forskning i 2 perioder giver mere produktivitet end 2 timers forskning i 1 periode. Hvis $\gamma < 1$ haves den typiske semi-endogen-vækst-antagelse.

Virksomheden står overfor efterspørgslen

$$y_t = \left(\frac{p_t}{P_t}\right)^{-E_t} Y_t \tag{3}$$

hvor P_t er markedets gennemsnitspris og Y_t er markedets gennemsnitsproduktion. Virksomheden kan ved at sænke prisen forøge sin markedsandel. Bemærk at priselasticiteten E_t antages at være tidsafhængig. Det kommer vi tilbage til senere.

Virksomheden værdi primo tidspunkt t er givet ved

$$V_{t-1} = \sum_{s=t}^{\infty} \pi_s \left(\frac{1}{1+r}\right)^{s-t+1} \tag{4}$$

hvor den løbende rene profit er givet ved

$$\pi_s = p_s y_s - w_s \left(l_s + (1-\sigma_s)\, l_s^{RD}\right) \tag{5}$$

og hvor σ_s er et subsidie der støtter forskningsaktivitet i virksomheden.

Efterspørgselsfunktionen (3) kan omskrives til en revenue-funktion:

$$p_t y_t = P_t y_t^{1-\frac{1}{E_t}} Y_t^{\frac{1}{E_t}}$$

således at

$$V_{t-1} = \sum_{s=t}^{\infty} \left[P_s \left(a_{s-1} l_s\right)^{1-\frac{1}{E_s}} Y_s^{\frac{1}{E_s}} - w_s \left(l_s + (1-\sigma_s)\, l_s^{RD}\right)\right] \left(\frac{1}{1+r}\right)^{s-t+1} \tag{6}$$

Det antages at virksomheden vælger sin forskningsaktivitet således at værdien maksimeres - dvs. ved at maksimere (6) med (2) som bibetingelse. En sådan optimering giver anledning til følgende førsteordens betingelser:

$$\frac{\partial V_{t-1}}{\partial l_s} = a_{t-1}\left(1-\frac{1}{E_t}\right) P_t Y_t^{\frac{1}{E}} \left(a_{t-1} l_t\right)^{-\frac{1}{E}} - w_t = 0$$

og

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V_{t-1}}{\partial a_s} &= \Bigg[\left(1-\frac{1}{E_{s+1}}\right) P_{s+1} \left(a_s l_{s+1}\right)^{-\frac{1}{E_{s+1}}} Y_s^{\frac{1}{E_{s+1}}} l_{s+1} \\
&+ w_{s+1}\left(1-\sigma_{s+1}\right) \frac{1}{\alpha}\frac{1}{\phi}\left(\frac{1}{\phi}\frac{a_{s+1}-a_s}{a_s^{\gamma}}\right)^{\frac{1}{\alpha}-1} \frac{1+\gamma\frac{a_{s+1}-a_s}{a_s}}{a_s^{\gamma}}\Bigg] \left(\frac{1}{1+r}\right)^{s-t+2} \\
&- w_s\left(1-\sigma_s\right)\frac{1}{\alpha}\left(\frac{1}{\phi}\frac{a_s-a_{s-1}}{a_{s-1}^{\gamma}}\right)^{\frac{1}{\alpha}-1} \frac{1}{\phi}\frac{1}{a_{s-1}^{\gamma}}\left(\frac{1}{1+r}\right)^{s-t+1} \\
&= 0
\end{aligned}$$

I symmetrisk ligevægt haves at

$$p_t = P_t$$

$$y_t = Y_t$$

Førsteordensbetingelserne kan da omskrives til

$$p_s y_s = (1 + m_s)\, w_s l_s \tag{7}$$

hvor markup'en er givet ved

$$m_t \equiv \frac{1}{E_t - 1}$$

og

$$w_{s+1} l_{s+1} = \frac{1}{\alpha}\left[(1+r)(1-\sigma_s)\, w_s l_s^{RD} \frac{a_s}{a_s - a_{s-1}} - (1-\sigma_{s+1})\, w_{s+1} l_{s+1}^{RD} \left(\frac{a_s}{a_{s+1} - a_s} + \gamma\right)\right] \tag{8}$$

Hvis vi antager at markup'en er givet (hvilket man typisk gør) haves en situation hvor virksomhedernes rene profit kan være både positiv eller negativ. Vi antager i stedet at markup'en afhænger af antallet af virksomheder i økonomien/sektoren/branchen:

$$m_t = m(N_t)\,,\, m'(N_t) < 0,\, m(\infty) = 0,\, m(0) = \infty$$

Flere virksomheder betyder mere konkurrence og derfor lavere markup. Støtte til denne antagelse findes fx i (Anderson, 1992).

Med denne simple entry/exit-antagelse lukkes modellen ved at gøre m_t endogen, og tilføje nul-profit-ligningen:

$$p_s y_s = w_s\left(l_s + (1-\sigma_s)\, l_s^{RD}\right)$$

Hvis $\gamma = 1$ er der en veldefineret steady-state i økonomien. Hvis $\gamma < 1$ vil vækstraten falde over tid.