

# Simuleringsmodel for livsforløb

## Implementering af indkomststokastik i modellen

9. november 2009

Sune Sabiers

sep@dreammodel.dk

### Indledning

I forbindelse med EPRN-projektet "Livsforløbsanalyse for karakteristiske rationelle husholdninger under usikkerhed" udvikler DREAM en life-cycle-mikrosimulationsmodel til optimering af forbrugsbeslutninger under usikkerhed. DREAM har tidligere udviklet en lignende model med usikkerhed vedr. dødstidspunkt (se Sabiers 2009). I nærværende projekt udvides denne model med indkomstusikkerhed. Dette papir beskriver status for projektet. For en matematisk beskrivelse af problemstillingen, se Stephensen(2009).

### Model med indkomstusikkerhed

Det centrale løsningsbegreb i en model af denne type er *policyfunktion*. Denne funktion angiver det optimale forbrugsvalg givet formue og løbende indkomst. Policyfunktionens udseende afhænger af to ting: forbrugerens præferencer og den stokastiske indkomstproces der antages at ligge bag udviklingen i den løbende indkomst. Det antages her at indkomstprocessen er givet ved et permanent og et transitivt element (defineres nedenfor).

Ved efterfølgende at gentage modellens stokastiske indkomstproces i en Monte Carlo simulation kan udledes en forventet/gennemsnitlig forbrugsprofil, for den givne person-type/indkomstproces, som et afledt resultat fra modellen. Ændres indkomststokastik, skatteregler mv. ændres policyfunktionen og dermed de forventede forbrugsprofiler.

Input er eksogent givne indkomstserier fordelt på typer / uddannelsesgrupper, samt parametre for den transitive og permanente indkomst, parametre til nyttefunktion, mv. Ligeledes udgår de anvendte skatteregler og satser også et input.

### Anvendelse af modellens resultater

Modellens primære resultater er beregning af forbrugs- og opsparingseffekter, ved ændringer i forskellige parametre og regler. Fx skattereformens effekt på opsparing og forbrug.

### Implementering af modellen

Modellen løses ved hjælp af den såkaldte Endogen Grid Metode (Carroll, 2005). Metoden er den hurtigst kendte i øjeblikket, og gør det muligt at løse forbrugerens problem trinvist baglæns fra terminaltidspunktet til starttidspunktet.

Modellens *grid* er defineret på de relevante state-variable, - dvs. på alder, indkomstvariable, fri formue og pensionsformue. I den har anvendte indkomstproces er som nævnt to indkomstvariable: permanent og transitiv indkomst. I den nuværende

version af modellen er kun transitiv indkomst implementeret. Der ses ligeledes bort fra pensionsformue.

Grid'et har dimensionsmæssigt følgende størrelse: Indkomst og formue er opdelt i 100 trin. Alder løber fra 18 til 109. Modellen er optimeret ved kun at beregne de dele af grid'et som har en positiv sandsynlighed for at indtræffe.

Implementeringen af modellen er opdelt i 3 dele. Første del er indkomststokastikken, som genererer udfaldsrummet for mulige indkomstforløb. Anden del er *Cash-on-hand*-delen, som består af skatte og overførselsregler til beregning af disponibelindkomst. Sidste del er forbrugerens optimeringsproblem, som er modellens egentlige løsningsalgoritme.

### Indkomststokastikken

Indkomststokastikken i modellen udgøres af et permanent og et transitivt stokastisk element. Begge processer er log-normalfordelte. Det permanente led er en random-walk, hvor stokastikken akkumuleres over tid, mens det transitive led kun påvirker indkomsten i det givne år. Den transitive del kan fortolkes som f.eks. arbejdsløshed.

I første omgang er indkomststokastikken implementeret som en 1. ordens markov-proces i form af en overgangssandsynlighedsmatrice. I den endelige model skal det akkumulerede permanente indkomstled som nævnt også indgå i modellens grid.

### Cash on hand

Skatteregler, overførsler og pensionsopsparing er implementeret med et Cash-on-hand-grid. Cash-on-hand angiver summen af løbende indkomst, kapitalindkomst og formue (det beløb man ville have på hånden hvis man realiserede hele sin formue). Det kan vises at policy-funktionen kun afhænger af cash-on-hand. Det forklarer begrebets anvendelse. Sammen med cash-on-hand beregnes ligeledes eventuel arv, hvis forbrugeren dør det givne år. Det er centralt for modellens brugbarhed at beregningen af Cash-on-hand-grid'et er af høj kvalitet, dvs. at gældende skatte- og overførselsregler beregnes korrekt. Der er derfor lagt et betydeligt arbejde i dette.

Arbejdsmarkedspensionsopsparingen antages regelbunden således, at forbrugeren opsparer en given andel af sin indkomst. I den endelige udgave af modellen indgår pensionsformuen som en dimension i grid'et således, at indkomststokastikkens effekt på pensionsformuen indfanges af modellen.

### Optimeringsproblem

De to matricer, med henholdsvis indkomststokastik og cash-on-hand udgør input til agentens optimeringsproblem. Optimeringsproblemet løses baglæns ved hjælp af Euler-ligningen udledt fra nyttefunktion. Resultatet er en policymatrice, der bestemmer agentens forbrug/opsparing givet indkomst og skattesystem. Nyttefunktion i modellen er en CRRA-nyttefunktion med *warm-glow*-arv (se Stephensen, 2009).

Modellens terminal-periode, som løses først, er den periode, hvor forbrugeren ikke længere har en positiv sandsynlighed for at være i live. Nytten for forbrugerne i terminalperioden er således udelukkende nytten af den efterladte arv. I næstsidste periode vælges det optimale forbrug således, at marginalnyttens ved forbruget svarer til den forventede marginalnytte ved at efterlade mere arv til sidste periode. De øvrige

perioder løses ligeledes ved at vælge det forbrug, der giver en marginalnytte svarende til den *forventede* marginalnytte i den efterfølgende periode.

Beregningen af den forventede marginalnytte af forbrug og arv i den efterfølgende periode sker ved en sammenvægtning af de dele af grid'et for den efterfølgende periode, som har en positiv udfaldssandsynlighed.

### **Modellens resultat**

Modellens resultat er forbrugerens policy-funktion, der er forbrug i en given periode som funktion af rådighedsbeløb (cash-on-hand). Ændringer i modellen medfører, at forbrugeren vælger at bruge mere eller mindre af sit rådighedsbeløb i de enkelte perioder.

Figur 1a viser det simpleste scenarie uden skatter, overførsler, arbejdsløshed eller tilbagetrækning, men med en fast indkomst på 100.000 kr. hele livet der påvirkes et transitivt stokastisk led med en spredning på 10 pct..

I modellens terminalperiode, hvor sandsynligheden for at leve et år mere er nul, ønsker forbrugeren at forbruge hele sit rådighedsbeløb. Forbruget i sidste leveår udgøres således af punkterne på diagonalen i figur 1a. I de foregående perioder ønsker forbrugeren at forsikre sig mod indkomstusikkerhed og undlader at forbruge hele sit rådighedsbeløb. Forbruget konvergerer således langsomt mod diagonalen i figuren i takt med at modellen nærmer sig terminalperioden hvor hele rådighedsbeløbet forbruges. Dette ses som en vifte af linjer i figur 1a.

### **Buffer-stock**

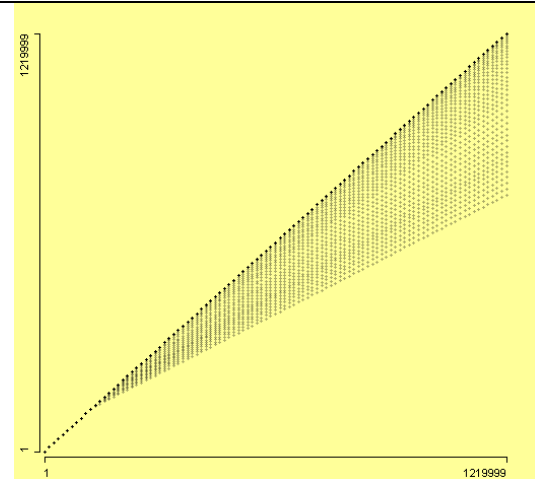
I figur 1b er scenariet udvidet med 5 pct. arbejdsløshed, hvor forbrugeren ikke modtager indkomst og ikke modtager offentlige ydelser. Risikoen for et forbrug på 0 kr. medfører en risiko for meget stor disnytte. Dette medfører, at forbruger vælger altid at have en positiv formue (kaldet "the buffer-stock" af Carroll) således, at forbruget aldrig kan blive 0. Som følge af buffer-stock-opsparring falder policy-funktionen til at udgøre en markant lavere andel af forbrugerens rådighedsbeløb. I terminalperioden ligger forbruget fortsat på diagonalen i figuren. Forbrugsfunktionen i figur 1b svarer fint til de forbrugsfunktioner, der typisk ses i litteraturen (Carroll, 2001).

### **Endelig form**

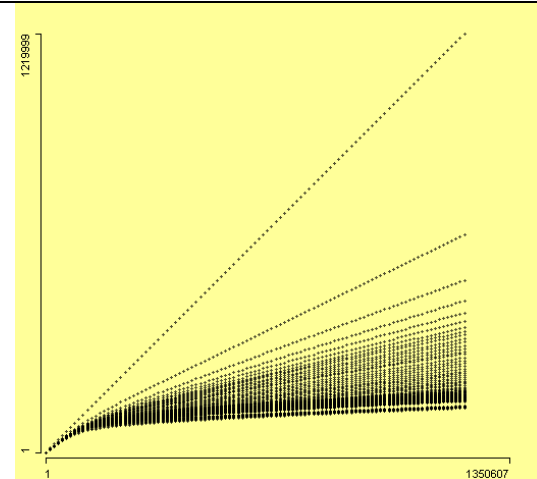
I figur 1c og d udvides scenariet med henholdsvis skatte- og overførselsregler for 2009 og en indkomstprofil tilsvarende en lang videregående uddannelse. Policy-funktionen i figur 1d udgør således den endelige form, som både omfatter detaljeret modellering af regler og et typisk indkomstforløb.

**Figur 1 a-d. Forbrugsfunktion,  $c=f(\text{CashOnHand})$** 

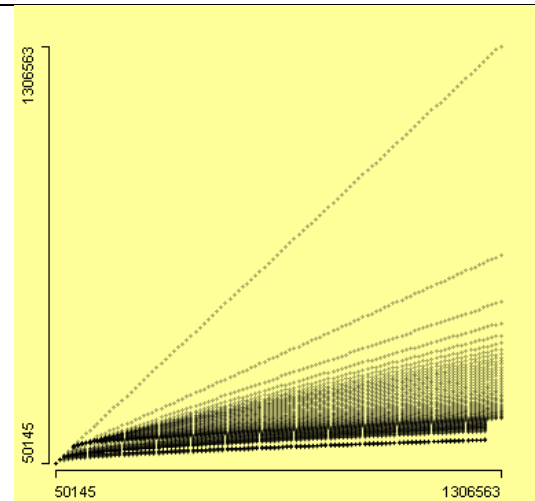
a) Med usikkerhed, 0 pct. arbejdsløshed, uden skat og overførsler livsløn på 100.000. kr. årligt



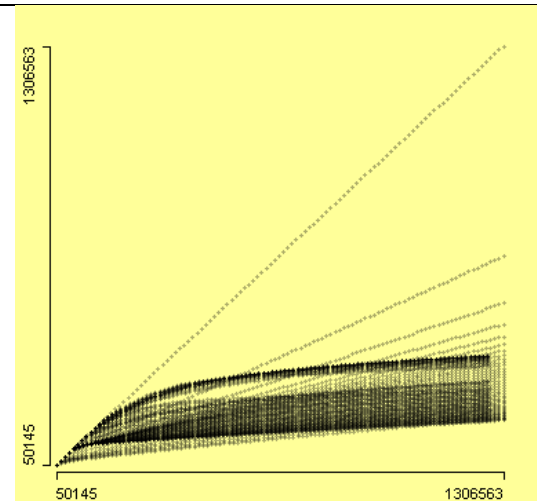
b) Med usikkerhed, **5 pct. arbejdsløshed**, uden skat og overførsler livsløn på 100.000. kr. årligt



c) Med usikkerhed, 5 pct. arbejdsløshed, **skat og overførsler**, løn indtil pension på 100.000. kr. årligt



d) Med usikkerhed, 5 pct. arbejdsløshed, skat og overførsler, **løn som lang videregående**.

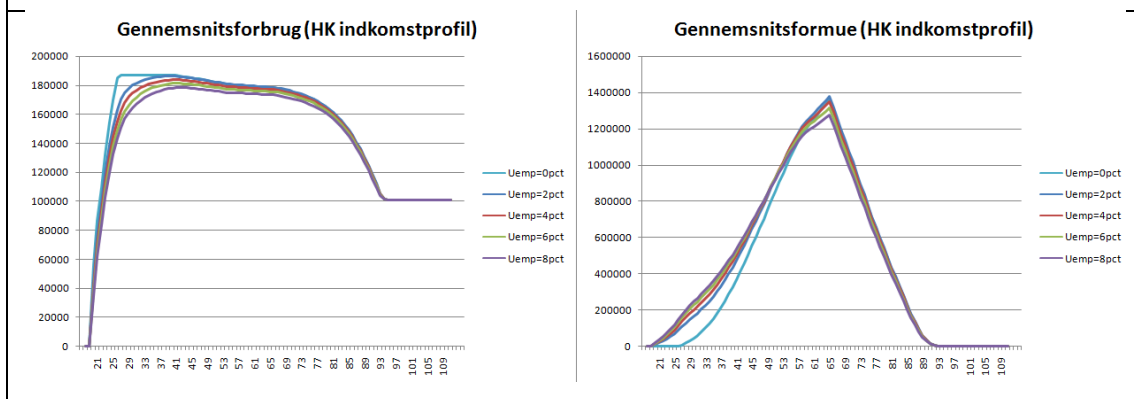


### Gennemsnitlige forbrugsprofiler

Laves en Monte Carlo simulation af modellens indkomststokastik og den beregnede policy-funktion kan der beregnes gennemsnitlige forbrugs- og formueprofiler. Profilerne udgør således ikke længere en policyfunktion for den givne gruppe, men et gennemsnit over gruppen givet modellens indkomststokastik.

Figur 2a viser gennemsnitlige forbrugsprofiler for en typisk HK-indkomstprofil ved forskellige ledighedsrisici. For at fremprovokere tydelige buffer-stock-effekter antages det at der under ledighed ikke udbetales nogen form for indkomst. Figur 2b viser de tilsvarende formueprofiler, hvor det ses, at en positiv ledighed medfører, at forbrugeren opbygger en markant bufferstockformue. Derimod medfører marginale ændringer i ledigheden ikke store ændringer i bufferstockformuen.

**Figur 2 a,b. Eksempel på bufferstock for typisk HK'er. (Test af modellen)**



Bufferstockformuerne som opbygges i de første perioder forsvinder igen i takt med, at den gennemsnitlige forbruger bliver ramt af ledighed. Når forbrugeren nærmer sig pensionsalderen er den gennemsnitlige formue lavere når ledigheden er høj.

**Litteratur:**

Attanasio Orazio P. and Matthew Wakefield,(2007) *The effects on consumption and saving of taxing asset returns*, December 2007 Revised: 12th March 2008

Browning Martin and Thomas F. Crossley,(2001) *The Life-Cycle Model of Consumption and Saving*, May 2001.

Carroll, Christopher D., (2005) *The Method of Endogenous Gridpoints for Solving Dynamic Stochastic Optimization Problems*, May 29, 2005

Carroll, Christopher D., (2001) *A Theory of the Consumption Function, With and Without Liquidity Constraints*. Journal of Economic Perspectives – Volume 15, Number 3, 2001.

Sabiers. S (2009). *Simuleringsmodel for livsforløb - Oversigtsbeskrivelse af modellen, 25. august 2009. DREAM.*

Stephensen, P (2009). *DREAM's livsforløbsmodel - Model og algoritme DREAM.*