

DREAM

Danish Research Institute for  
Economic Analysis and Modelling



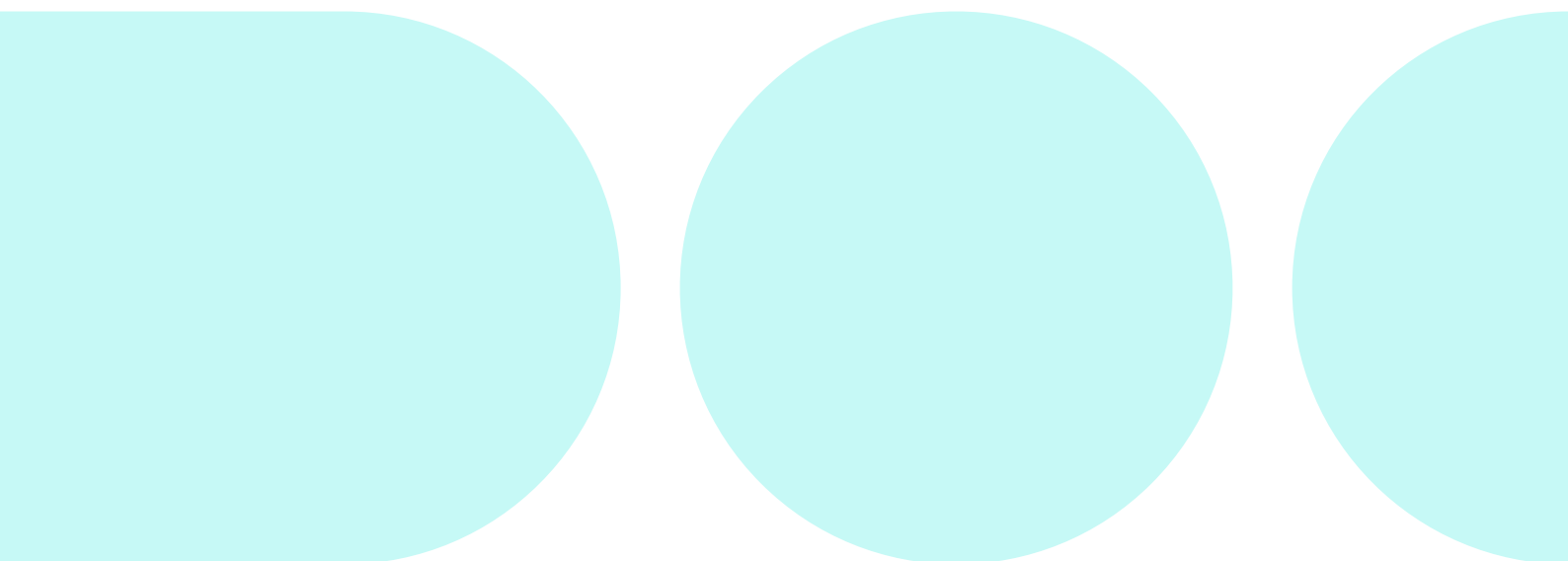
# Estimering af CES produktionsfunktioner i MAKRO

Anders F. Kronborg, Kristina A. Poulsen og Christian S. Kastrop

Arbejdsrapport

24. marts 2021

[www.dreamgruppen.dk](http://www.dreamgruppen.dk)



# Resumé

I dette arbejdsrapport estimeres substitutionselasticiteterne mellem de forskellige produktionsfaktorer i MAKRO. Data er årsdata for tidsperioden 1967-2017, primært baseret på nationalregnskabsdata. Idet den teknologiske udvikling er uobserverbar og potentielt ikke-lineær, specificeres en trendproces for den relative faktorefficiens, der er tidsvarierende. Vi anvender Kalman-filteret til at estimere CES-elasticiteterne simultant med den teknologiske udvikling. Det antages, at sidstnævnte udvikler sig trægt og udtrykker langsigtede trends.

Elasticiteten mellem kapital og arbejdskraft i de to primære private brancher i MAKRO, fremstilling og tjenester, estimeres til hhv. 0,51 og 0,42 og begge signifikant forskellige fra 1. Elasticiteterne over for bygninger estimeres oftest til 0, hvormed bygninger er en Leontief inputfaktor. Dette gælder også i nogen grad for materialer, men især i brancherne byggeri og fremstilling, hvor materialer udgør en stor del af det samlede input i produktionen, estimeres elasticiteterne omkring 0,5.

På lang sigt er teknologisk udvikling arbejdskraftbesparende, men der er betydelige perioder med skift i retningen af teknologi mod kapital, f.eks. i servicebranchen fra 1990'erne og frem, hvilket understreger vigtigheden af en fleksibel specifikation af teknologisk udvikling. Tilgangen i analysen giver velspecificerede modeller med parameterestimater, der minder om analyser på lignende data for Danmark. Punktestimaterne opnås dog med en vis usikkerhed, hvilket sandsynligvis er en kombination af usikkerhed bag trendspecifikationen og volatile priser, særligt i user cost-udtrykkende.

# Indhold

1.	Introduktion .....	1
2.	Beskrivelse af metode .....	2
3.	Data .....	4
4.	Estimationsresultater .....	5
5.	Robusthed .....	8
6.	Opsummering .....	11
	Litteratur.....	12
A.	User cost .....	13
B.	Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation .....	14
C.	Detaljerede estimationstabeller .....	25
D.	Betydning af smoothing.....	28

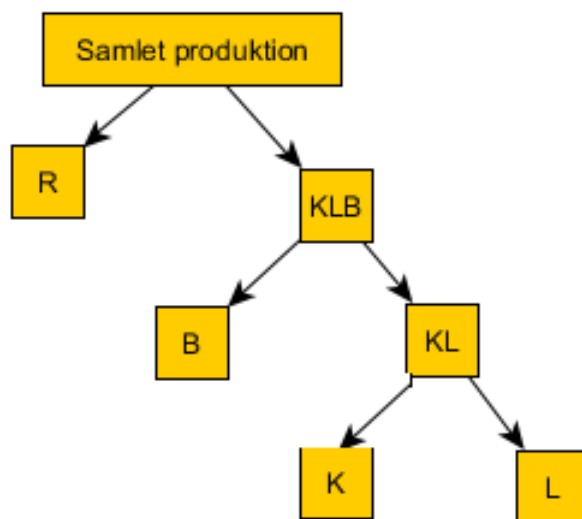
# 1 Introduktion

I MAKRO antages det, at den samlede produktion opnås ved at benytte følgende faktorer som input: Maskinkapital, arbejdskraft, bygninger og materialer, hvor sidstnævnte i MAKRO er en sammenvægtning af energi- og materialeinput (dvs. indenlandsk eller udenlandske produceret halvfabrikata). Der anvendes en nestet CES-produktionsfunktion, hvor der vælges mellem to faktorer ad gangen. Den nastede CES-struktur tillader forskellig grad af substitution mellem faktorer ved ændringer i priser og teknologi. Faktorefterspørgslen bestemmes dels af den samlede produktion, der øger efterspørgslen efter samtlige faktorer, dels af substitution mellem faktorer som følge af forskydninger i det relative forhold mellem faktorerens pris og effektivitet. Teknologiske fremskridt, f.eks. arbejdskraftbesparende fremskridt, udtrykker forskydninger i faktorerens relative effektivitet, der resulterer i substitution, der ikke kan forklares af skift i de relative priser. Et velkendt problem opstår imidlertid ved, at de to sidste effekter ikke kan adskilles uden yderligere antagelser. Med andre ord, så forudsætter estimation, at man laver en identificerende antagelse om teknologiens tidsmæssige udvikling.

Vi følger metoden, der er detaljeret beskrevet i DREAM-arbejdsrapporten Kronborg et al. (2019), der anvender Kalman-filteret til at estimere CES-elasticiteterne simultant med en proces for den teknologiske udvikling. Metoden er implementeret i en R-pakke, der er tilgængelig på DREAM-gruppens hjemmeside. Teknologisk udvikling identificeres ved at antage, at det er en træg proces, der udtrykker de langsigtede trends i økonomien. Herudover tillades det, at tilpasningen til den ønskede faktorefterspørgsel sker trægt - f.eks. pga. tilpasningsomkostninger af kapitalapparatet - og vi estimerer derfor faktorefterspørgslen på fejlkorrigeringsform. Vi ser på følgende private brancher: landbrug, byggeri, energi, udvinding, fremstilling, søtransport og tjenester. Hver af disse brancher antages at benytte de nævnte produktionsfaktorer. Vi estimerer produktionsfunktionerne ved at anvende data på årlig frekvens, der dækker over perioden 1967-2017. I dette notat præsenteres resultaterne af estimationerne og de sammenlignes med andre studier. Herudover dokumenteres robustheden over for en række metodiske valg.

Elasticiteten mellem kapital og arbejdskraft i de to største private brancher i MAKRO, fremstilling og tjenester, estimeres til hhv. 0,51 og 0,42. Elasticiteten mellem kapital og arbejdskraft i de øvrige brancher estimeres til at være ca. 0,1, på nær udvinding, der estimeres til 0,33. Elasticiteterne overfor bygninger og i nogle tilfælde materialer estimeres oftest til 0. De meget lave værdier elasticiteter er i tråd med anden dansk litteratur (eksempelvis Gustafsson, 2014), og kan tænkes at skyldes en nedadrettet bias i estimaterne som følge af støjfyldte user cost-udtryk eller en såkaldt aggregeringsbias. At undersøge årsagen bag de lave elasticiteter nærmere er interessant, men for nu overladt til fremtidigt arbejde. Vores resultater viser, at den teknologiske udvikling overordnet set har været rettet mod at forbedre efficiensen af arbejdskraft, såkaldt Harrod-neutral

Figur 1: Nest-struktur i MAKROs produktionsfunktion.



teknoloisk vækst. Der er dog betydelige perioder med skift i retningen af teknologi, især i 90'erne i tjenestebranchen og efter finanskrisen på tværs af brancher.

Strukturen i resten af notatet er som følger: I afsnit 2 præsenteres nest-strukturen samt den estimerede model. Ligeledes redegøres for nogle metodemæssige overvejelser såvel som alternative specifikationer, der tidligere har været forsøgt. Afsnit 3 beskriver det anvendte data, herunder det anvendte udtryk for user cost af kapital. De estimerede elasticiteter og teknologi-trends præsenteres i afsnit 4. Afsnit 5 indeholder en robusthedsanalyse, mens afsnit 6 opsummerer.

## 2 Beskrivelse af metode

Produktionen følger en nestet CES-produktionsfunktion, hvor virksomhederne benytter maskinkapital (K), arbejdskraft (L), bygninger (B) og materialer, dvs. energi- og materialeinput (R) som faktorinput. Faktorerne er ordnede, så virksomheden først antages at vælge mellem K og L, der samlet giver et KL-aggregat (“nederst” i neststrukturen). Herefter vælges sammensætningen af KL-aggregatet og B, hvorefter virksomheden til sidst bestemmer sammensætningen af KLB-aggregatet og R (“øverst” i neststrukturen). I CES-lingo siger vi, at produktionen følger en KLBR-struktur. Denne struktur er illustreret i figur 1.

Produktionen i hvert nest er givet ved CES produktionsfunktionen

$$Y_t = \left[ (\Gamma_{1t} X_{1t})^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (\Gamma_{2t} X_{2t})^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}, \quad (1)$$

hvor  $Y_t$  er samlet output eller aggregatet (f.eks. KL-aggregatet) i et givent nest på tidspunkt  $t$ ,  $X_{it}$

er den anvendte mængde af produktionsfaktor  $i$  og  $\sigma$  er den konstante substitutionselasticitet, dvs. den procentvise ændring i den relative efterspørgsel mellem  $X_{1t}$  og  $X_{2t}$  ved en én procents ændring i deres relative pris.  $\Gamma_{it}$  er et effektivitetsindeks, der angiver augmenterende (eller faktorudvidende) teknologiske ændringer for faktor  $i$ . I hvert nest er prisen dannet som et Paasche-prisindeks, og den efterspurgte mængde er dannet givet en antagelse om omkostningsminimering under bibetingelse af et givent nest-aggregat. Med antagelsen om omkostningsminimerende virksomheder fås den velkendte CES-efterspørgselsfunktion, der kan omskrives til at beskrive de relative udgiftsandele for de to produktionsfaktorer således:

$$\log \left( \frac{P_{1t}X_{1t}}{P_{2t}X_{2t}} \right) = (\sigma - 1) \log \left( \frac{\Gamma_{1t}}{\Gamma_{2t}} \right) + (1 - \sigma) \log \left( \frac{P_{1t}}{P_{2t}} \right), \quad (2)$$

hvor  $P_{it}$  er prisen på faktor  $i$ . Specialtilfældet  $\sigma = 1$  giver en Cobb-Douglas produktionsfunktion med konstante relative udgiftsandele. Det andet specialtilfælde,  $\sigma = 0$ , giver en Leontief produktionsfunktion, hvor der ikke sker substitution mellem faktorerne grundet prisændringer, men udelukkende pga. teknologiske ændringer. Når  $\sigma < 1$  er de to faktorer komplementær idet en prisstigning på den ene faktor (f.eks. en stigning i lønnen relativt til user costen) vil medføre en større budgetandel af denne faktor. Ligeledes gælder det, at relativt augmenterende teknologiske fremskridt rettet mod den ene faktor medfører en stigning i budgetandelen af den anden faktor (f.eks. arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt, der øger budgetandelen af kapital). Omvendt når  $\sigma > 1$  vil en stigning efter den ene faktor medføre fald i budgetandelen af denne faktor, mens teknologiske fremskridt vil øge budgetandelen af denne faktor. Dette illustrerer hvordan fortolkningen af teknologiske fremskridt afhænger af elasticiteten. Endeligt er det værd at bemærke, at teknologiske ændringer af Hicks-neutral karakter (total faktor produktivitet) ikke påvirker det relative teknologi-niveau mellem de to faktorer,  $\Gamma_{1t}/\Gamma_{2t}$ , og derfor heller ikke de relative udgiftsandele.

Man kan tænke på ligning (2) som det langsigtede elser ønskede forhold i udgiftsandelene. For at tillade kortsigtsdynamik, indlejres denne langsigtsrelation i en fejlkorrektionsmodel. På den måde tages højde for eventuelle tilpasningsomkostninger, f.eks. i kapitalapparatet, som medfører at tilpasningen til den ønskede fordeling af faktorinput i produktionen sker trægt. I de tilfælde hvor residualerne er autokorrelerede, tilføjes laggede ændringer i de relative priser og udgiftsandele.

Endeligt defineres  $\mu_t \equiv (\sigma - 1) \log \left( \frac{\Gamma_{1t}}{\Gamma_{2t}} \right)$ . Processen for den uobserverede komponent,  $\mu_t$ , antages at følge en  $I(2)$ -proces. Denne antagelse sikrer, at teknologi er en træg (eller “smooth”) serie og svarer til den antagelse, der gøres i et HP-filter, hvor der kan være “mellemsigtet” variation i teknologisk udvikling (se f.eks. Lemoine et al., 2010 for lignende applikation). MAKROs metode kan derfor ses som værende et udvidet HP-filter. Variansforholdet mellem modellens residualer og den for  $\Delta\mu_t$  svarer ligeledes til smoothing-parameteren i et HP-filter (det inverse støj-signal forhold,  $\lambda$ ). Specialtilfældet  $\lambda = 0$  medfører, at alt kortsigtsstøj i de relative udgiftsandele, der ikke skyldes skift i de relative priser, tilskrives teknologiske fremskridt. Omvendt medfører  $\lambda \rightarrow \infty$  en lineær

trendantagelse om den tidsmæssige udvikling i den relative faktorefficiens. Vi lader graden af smoothing være datadrevet på følgende vis: For alle brancher og nests estimeres modellen med en værdi for  $\lambda$ , der varierer mellem 100 og 1.000 med en skridtlængde på 10.<sup>1</sup> Herefter vælges den værdi, der giver den højeste likelihood, betinget på at modellen er velspecificeret - dvs. ingen autokorrelation samt at filteret er velkalibreret, målt fra et NIS-test.<sup>2</sup> Denne fremgangsmåde har også den fordel, at den foretrukne model per konstruktion vil være velspecificeret, dvs. at residualerne ikke er autokorrelerede og at variansrestriktionen medfører et velspecificeret filter. Specifikationen af den relative teknologiuudvikling udgør modellens tilstandsligning, mens fejlkorrigeringsomskrivningen af (2) udgør observationsligningen. Dermed er problemet opskrevet som en lineær state-space model, hvorved Kalman-filteret kan anvendes til at estimere elasticiteten simultant med, at der opnås en beskrivelse de tidsvarierende teknologiske ændringer. Estimationsmetoden er frit tilgængeligt i det statistiske software program R (se Kastrup et al., 2021 for beskrivelse af pakken).<sup>3</sup> I afsnit 5 foretages et robusthedstjek af forskellige støj-signal forholds effekt på elasticitetsestimateret.

### 3 Data

Som udgangspunkt estimeres modellen baseret på data for den længst mulige periode, dvs. årlig data for perioden 1967-2017.<sup>4</sup> Variablene stammer dels fra den statiske kalibrering af MAKRO, dels fra ADAMs databank. Fordi blandt andet kapital tilpasser sig relativt trægt, har vi valgt at bruge alle dataårene i vores foretrukne model, men vi ser også på robustheden over for en kortere periode. Produktionsfunktionerne estimeres på brancheniveau som de indgår i MAKRO, dvs. opdelt på henholdsvis landbrug, byggeri, energi, udvinding, fremstilling, søtransport samt tjenester. I de tilfælde, hvor opdelingen af brancher i MAKRO er forskellig fra nationalregnskabet, vægtes faktorerne sammen baseret på deres størrelse i nominelle termer. Lønningerne og timerne fordelt på brancher tages fra ADAMs databank i stedet for direkte fra MAKRO. Det skyldes, at der i MAKRO antages at være den stort set samme løn på tværs af brancher samt at arbejdskraften i MAKRO er opgjort i effektive enheder frem for antal timer. Der skelnes som nævnt mellem to kapitaltyper: Maskinkapital og bygninger. Som konsekvens beregnes et såkaldt *user cost*-udtryk (den samlede omkostning ved at eje og bruge én enhed kapital) for begge kapitaltyper. I MAKRO

---

<sup>1</sup>Et andet alternativ er at estimere  $\lambda$  frit med maximum likelihood. Vi finder dog i Kronborg et al. (2019) at det ikke nødvendigvis fører til et bedre fit af data end grid-søgningen og at den resulterende model relativt ofte er misspecificeret.

<sup>2</sup>Normalized Innovation Squared test (NIS) er en test for filter misspecification. Der henvises til det omtalte arbejdsrapport for nærmere beskrivelse af denne test.

<sup>3</sup>Pakken kan hentes via github: `github.install(>=CKastrup/CESKalman<=)`.

<sup>4</sup>Vi har data for de fleste serier fra 1967, men mangler to observationer på kapitalafgiftssatsen. Desuden indgår investeringsprisen med et lag. Vi mister den sidste observation i 2017, fordi der i kalibreringen af afskrivningsraten indgår det leadede kapitalapparat.

udledes user cost ud fra virksomhedernes førsteordensbetingelse. I dette notat tages udgangspunkt i en statisk version af dette user cost-udtryk (se appendiks A). De skattemæssige afskrivningsrater er fra ADAMs database og den statistiske afskrivningsrate er kalibreret for at sikre konsistens mellem kapital- og investeringsserierne. For at undgå for meget støj i realrenten udglattes forventningerne til prisstigningstakten i investeringsprisen: I stedet for statistiske inflationsforventninger anvender vi i vores foretrukne model den HP-filtrerede inflationsrate med 100 som smoothing-parameter i den foretrukne model. Denne variabel er den eneste i user cost-udtrykket, der udglattes. Som et robusthedscheck har vi ligeledes kørt estimationerne på baggrund af adaptive inflationsforventninger. Som rentevariabel til beregning af user cost anvendes den gennemsnitlige obligationsrente, men som robusthedscheck forsøges også med pengeinstitutternes gennemsnitlige udlånsrente. Vi finder generelt at resultaterne er robuste overfor forskellige renteuttryk og inflationsforventninger. Prisindeksene for hvert nest er beregnet som et Paasche-kædeprisindeks, som ikke er meget forskelligt fra CES-prisindekset, givet at produktionsfunktionen er CES, da det er et superlativt prisindeks.<sup>5</sup> De samlede mængder, der produceres i hvert nest, følger af en nulprofitantagelse. Figurerne i appendiks B indeholder de relative mængder samt de inverse relative priser anvendt i estimationerne af den foretrukne specifikation. Figurerne illustrerer således sammenhængen mellem priser og mængder og begge dataserier er vist fratrukket deres middelværdi. Hvis de to serier følges 1:1, så tyder det på en elasticitet på 1.

## 4 Estimationsresultater

I dette afsnit præsenteres resultaterne af vores foretrukne model- og dataspecifikation, mens afsnit 5 ser på robustheden af resultaterne over for andre specifikationer. Tabel 1 giver et overblik over punkttestimaterne og de tilhørende standardfejl for CES elasticiteterne i den foretrukne modelspecifikation, fordelt på brancher og på nests. Tabellerne 5-11 i appendiks C viser de estimerede modeller for hvert CES-nest i større detaljeringsgrad. Det er naturligt at sammenligne resultaterne med lignende studier på dansk data, f.eks. Thomsen (2015) (herefter Thomsen) og estimationerne foretaget til brug i ADAM-modellen (herefter ADAM<sup>6</sup>) og derfor sammenholdes nogle af dem med disse analyser, der i grove træk finder lignende elasticiteter.<sup>7</sup>

Lad os for KL-nestet starte med at se på de to store private brancher, dvs. fremstilling og

---

<sup>5</sup>Paasche-prisindekset vil aldrig være en fuldstændig nøjagtig gengivelse af det teoretiske prisindeks, men vil over tid tilpasse sig til de nye vægte. Det betyder, at det kædede indeks aldrig vil komme alt for langt væk fra det CES-prisindekset.

<sup>6</sup>ADAM-gruppen opdaterer med mellemrum sine estimater, der dokumenteres i en række af arbejdsrapporter - senest i Gustafsson (2014). Typisk er der tale om små bevægelser i punkttestimaterne mellem opdateringer, men det betyder, at de refererede punkttestimater i teksten kan være forskellige fra de senest anvendte.

<sup>7</sup>Disse analyser adskiller sig fra nærværende bl.a. ved en lidt anderledes branche- eller nest-struktur som foretrukken specifikation, hvorfor en én-til-én sammenligning ikke umiddelbart kan foretages.



Tabel 1: Oversigt, estimerede CES elasticiteter (foretrukken specifikation).

	(K)L	(KL)B	(KLB)R
Landbrug	0.08 (-0.14;0.33)	0.00 (-0.10;0.01)	0.00 (-0.12;0.04)
Byggeri	0.03 (-0.47;0.42)	0.00 (-0.22;0.15)	0.41 (0.05;0.95)
Energi	0.04 (-0.31;0.15)	0.00 (-0.25;0.21)	0.10 (-0.11;0.18)
Udvinding	0.33 (0.05;0.38)	1.57 (0.85;2.12)	0.00 (-0.32;0.26)
Fremstilling	0.51 (0.10;0.70)	0.05 (-0.18;0.25)	0.53 (0.21;0.69)
Søtransport	0.07 (-0.15;0.21)	0.00 (-0.95;0.33)	0.00 (-0.20;0.12)
Tjenester	0.42 (-0.08;0.84)	0.00 (-0.15;0.12)	0.00 (-0.29;0.41)

Anm.: Viser estimaterne i den foretrukne modelspecifikation med IWBZ som rentevariabel og tidsperioden 1967-2017.

tjenester: I begge finder vi moderate elasticiteter: I vores foretrukne modelspecifikation finder vi punktestimater på henholdsvis 0,51 og 0,42. Som med de andre resultater bidrager den korte estimationsperiode til en ikke-uvæsentlig usikkerhed omkring estimaterne, men det bør bemærkes, at de ligger relativt tæt på - eller lidt højere end - dem der findes i andre danske studier: For fremstilling finder ADAM en elasticitet på 0,25 (dog 0,65 for næringsmidler, som MAKRO medtager i fremstilling), Thomsen ca. 0,4. For tjenester finder ADAM ca. 0,3 og Thomsen 0,5-0,6. Et andet papir, der estimerer elasticiteten på dansk data, og som tillader ikke-lineær teknologisk udvikling via en Box-Cox trend er Muck (2017) som finder en elasticitet i spændet mellem 0,3 og 0,7. Elasticiteterne for brancherne landbrug, byggeri, energi og søtransport er relativt usikkert bestemt, men findes generelt at være lave på tværs af modelspecifikationer. Endeligt bruger Kastrup (2019) samme metode som i denne dokumentation, men estimerer KL-elasticiteten for en række OECD-lande og finder en KL-elasticitet for den samlede private sektor, der ligger omkring 0,3-0,5 for de fleste økonomier. Den danske elasticitet estimeres til 0,52 og ikke signifikant forskellig fra estimatet i service eller tjenester i indeværende notat.

Særligt for bygninger er det generelt svært at finde nogen signifikant positive substitutions-elasticiteter, hvilket er et velkendt resultat fra andre studier på lignende data. Det kan skyldes, at det anvendte user cost-udtryk er et imperfekt eller støjfyldt mål for det sande niveau, der vil give en bias mod nul (mulig *attenuation bias*). Ligeledes indikerer andre studier, at et højere aggregeringsniveau ligeledes kan give en nedadrettet bias i estimaterne (mulig *aggregation bias*).<sup>8</sup> At undersøge hvorvidt disse typer af bias er forklaringen bag de mange nul-elasticiteter er interessant

<sup>8</sup>Et eksempel er Chirinko and Mallick (2017), der finder betydeligt lavere elasticitet på aggregeret US data sammenlignet med et vægtet gennemsnit af elasticiteten for 35 forskellige brancher.

at undersøge nærmere, men er for nu overladt til fremtidigt arbejde. En langsigtselasticitet på 0 har den implikation, at produktionen i en branche på lang sigt kun kan rykkes, hvis bygningskapitalen flytter sig. Da bygningskapitalen af lavpraktiske grunde er en træg variabel (selv på årsdata), er dette ikke en god egenskab på kort sigt, så lave substitutionselasticiteter på bygninger må i en model suppleres med kapacitetsudnyttelse på bygningskapital (dvs. at der tillades for midlertidige afvigelser fra isokvanten). Én undtagelse er for udvindingsbranchen, hvor vi derimod finder en meget høj elasticitet, der er signifikant større end 1. Det er i sig selv ikke nødvendigvis mærkeligt, idet bygninger i denne branche for det første udgør en væsentligt større andel af den samlede faktor aflønning og for det andet kan tænkes at have en helt anden funktion end f.eks. private tjenester. Udvindingsbranchen adskiller sig ligeledes ved, at den relative faktor aflønning til bygningskapital har været stødt stigende gennem estimationsperioden (i modsætning har faktor aflønningen til bygninger være nogenlunde konstant i fremstillingsbranchen og faldende fra start 1980'erne i tjenesteb Branchen). Der er dog en del støj og tegn på et muligt strukturelt brud i data i udvindingsbranchen omkring 1980. Ekskluderes den første del af perioden fås en lavere, men stadig relativt høj elasticitet, der dog er signifikant forskellig fra 0 og 1 på et 10% signifikansniveau.

I KLB(R)-nestet finder vi også nul-elasticiteter for flere brancher. Idet R er en sammenvægtning af energi- og materialeinput, er dette konsistent med estimater med samme metode, men med en KELM-neststruktur (se Kronborg et al., 2019). Her fandt vi, at energi og materialer begge typisk havde relativt lav eller ingen signifikant substitution ift. priser (i lighed med ADAM). Noget indikerer, at antagelsen om kortsigtdynamik er betydende for elasticiteten til materialer: Vi har tidligere estimeret modellerne på statisk form, dvs. hvor økonomien også på kort sigt implicit antages at befinde sig på isokvanten i lighed med Thomsen. Denne specifikation giver generelt højere substitutionselasticiteter på materialeinput. Det skal bemærkes, at neststrukturen her var lidt anderledes (KELM, dvs. energi og materialer var opsplittet). I byggeriet og fremstillingsbranchen samt, i mindre grad, i energibranchen finder vi positive og moderate substitutionselasticiteter i R-nestet hvilket er et robust resultat for modelspecifikation og estimationsperiode.

Processerne for relativt augmenterende teknologisk udvikling mellem kapital og arbejdskraft -  $\log(\Gamma_{Kt}/\Gamma_{Lt})$  - er vist i figurerne i appendiks B.<sup>9</sup> Teknologisk udvikling har generelt været rettet mod at øge efficiensen af arbejdskraft frem for kapital, hvilket stemmer fint overens med en fortolkning, hvor arbejdskraft er den knappe faktor (Acemoglu, 2002). Denne fortolkning passer især godt til fremstillingsbranchen, hvor vækstraten i den relative augmenterende teknologi mellem kapital og arbejdskraft har været stort set konstant over hele perioden og rettet mod at forbedre efficiensen af arbejdskraft. Dette gør sig også gældende i tjenesteb Branchen i den første del af tidsperioden, men fra 1990 og frem har relativ teknologisk udvikling derimod været stort set konstant og efter finanskrisen været rettet mod at forbedre efficiensen af kapital. Et lignende mønster gør sig i øvrigt

---

<sup>9</sup>Figurerne i appendiks B er i øvrigt standard output fra CESKalman R-pakken.

også gældende i byggeribranchen. De øvrige brancher understøtter generelt arbejdskraftsbesparende teknologiske fremskridt på lang sigt, men med betydelige udsving på mellemlang sigt (5-10 år), hvilket understreger væsentligheden af at anvende en fleksibel og tidsvarierende specifikation af teknologisk udvikling. Den relative augmenterende teknologiske udvikling mellem KL-nestet og B har på tværs af næsten alle brancher været rettet mod at forbedre efficiensen af KL-nestet. Der er dog to undtagelser. Den første er udvindingsbranchen, hvor teknologisk udvikling har været rettet mod at forbedre efficiensen af B. Dette stemmer fint overens med, at denne branche også har en væsentlig forskellig elasticitet mellem KL-nestet og B sammenlignet med de andre brancher. For det andet, så har den relative augmenterende teknologiske udvikling i tjenesteb Branchen været rettet mod at forbedre efficiensen af KL-nestet frem til 1990 og efterfølgende imod at forbedre efficiensen af bygninger. Dette er konsistent med aftagende teknologiske forbedringer, der øger efficiensen af arbejdskraft som observeres i substitutionen mellem K og L i tjenesteb Branchen. Afslutningsvist har den relative augmenterende teknologiske udvikling mellem KLB-nestet og R været rettet imod KLB-nestet i stort set alle brancher og ofte med en tæt på konstant vækstrate. De eneste undtagelser er dog i udvindingsbranchen, hvor teknologisk udvikling er rettet mod R efter finanskrisen i 2008, og energibranchen, hvor den relative augmenterende teknologi er stort konstant på lang sigt, men med betydelige udsving på mellemlang sigt.

## 5 Robusthed

I dette afsnit ses på robustheden af de estimerede elasticiteter. Da prisen på kapital, dvs. user cost-udtrykket er den variabel, der i størst grad afhænger af de antagelser man gør, undersøges først effekterne af at variere user cost-udtrykket med andre inflationsforventninger (tabel 2) og en anden rente (tabel 3). Herefter analyseres robustheden over for en kortere estimationsperiode (tabel 4) og endeligt over for graden af smoothing for teknologiske ændringer, dvs. værdier af  $\lambda$  (se tabel 12-18 i appendiks D).

Først ses på en alternativ forventningsdannelse i forhold til prisstigningstakten på den relevante investeringspris i user cost-udtrykket. Som nævnt giver statiske inflationsforventninger anledning til en realrente, der er meget volatil i starten af estimationsperioden og som derfor er svær at estimere på. Et alternativ til at bruge HP-filteret kunne derfor være at bruge adaptive forventninger til inflationsraten. Tabel 2 viser resultaterne med en adaptiv forventning som "opdateres" med en faktor 0,2 for sidste periodes inflation og 0,8 for sidste periodes inflationsforventninger. I de fleste brancher og nest betyder inflationsforventningerne relativt lidt for elasticitetsestimaterne (ofte ud på 2. decimal). 0-elasticiteterne for bygninger i vores foretrukne modelspecifikation genfindes eksempelvis. Mindst robust er elasticiteten på bygningskapital i udvindingsbranchen der, ligesom de øvrige brancher, ikke har en positivt, velbestemt elasticitet under adaptive inflationsforventninger.

Tabel 2: Robusthed: Elasticiteter ved alternative inflationsforventninger.

	(K)L	(KL)B	(KLB)R
Landbrug	0.01 (-0.13;0.19)	0.00 (-0.07;0.04)	0.00 (-0.08;0.03)
Byggeri	0.03 (-0.22;0.40)	0.00 (-0.27;0.23)	0.37 (0.01;0.88)
Energi	0.05 (-0.19;0.23)	0.00 (-0.21;0.13)	0.10 (-0.06;0.19)
Udvinding	0.31 (0.13;0.35)	0.00 (-0.60;0.48)	0.00 (-0.22;0.31)
Fremstilling	0.23 (-0.04;0.39)	0.00 (-0.14;0.14)	0.51 (0.15;0.72)
Søtransport	0.10 (-0.06;0.16)	0.00 (-0.77;0.39)	0.00 (-0.14;0.08)
Tjenester	0.46 (0.12;0.96)	0.00 (-0.14;0.19)	0.00 (-0.34;0.38)

Anm.: Viser estimerne fordelt på brancher og nest ved at anvende adaptive inflationsforventninger. 5% og 95% percentiler i parentes.

Det er ikke utænkeligt, at de databrud, der ser ud til at ske i starten af 1980'erne, særligt i udvindingsbranchen gør estimerne sensitive over for specifikationen af user cost. Endeligt betyder adaptive inflationsforventninger en halvering af elasticiteten mellem K og L i fremstillingsbranchen, hvilket bringer den tæt på estimatet i ADAM.

Som den relevante rente i vores foretrukne model bruges samme rente, som anvendes i MAKRO, dvs. den gennemsnitlige obligationsrente (IWBZ). Som alternativ hertil estimeres elasticiteterne, hvor der i stedet anvendes pengeinstitutternes gennemsnitlige udlånsrente (IWLO). De to renteudtryk følger hinanden relativt tæt, men der er dog forskelle, primært i starten af estimationsperioden. Elasticiteterne er vist i tabel 3. Ligesom med de alternative inflationsforventninger gælder det for de fleste af estimationerne, at der er en begrænset effekt af at anvende en anden rente. Mest bemærkelsesværdigt er tjenesteb Branchen, hvor der ikke kan findes en positiv CES-elasticitet. Dette understreger, at prissubstitutionen her generelt er svagt bestemt og forbundet med en betydelig usikkerhed. For nestet med bygningskapital genfindes resultatet fra vores foretrukne specifikation, at udvindingsbranchen er den eneste med en betydelig positiv elasticitet, dog med et punkttestimat på 0,75.

Som nævnt i ovenstående, indikerer nogle af graferne i appendiks B (og måske særligt udvinding), at der kan være et strukturelt brud i dataserierne, herunder et skift til lavere volatilitet i user cost-udtrykkene ("great moderation"). I tabel 4 vises derfor punkttestimerne for elasticiteterne, hvis modellen estimeres fra 1983 i stedet for den fulde periode. For det første kan det konstateres, at nul- (og "næsten nul-") elasticiteterne fra vores foretrukne specifikation genfindes ved den kortere estimationsperiode. Det indikerer, at de lave elasticiteter ikke alene skyldes de relativt volatile user cost-udtryk i starten af estimationsperioden. Resultatet i brancherne for byggeri og fremstil-

Tabel 3: Robusthed: Elasticiteter ved alternativ rentevariabel.

	(K)L	(KL)B	(KLB)R
Landbrug	0.11 (-0.16;0.36)	0.00 (-0.10;0.05)	0.00 (-0.12;0.04)
Byggeri	0.06 (-0.53;0.38)	0.00 (-0.17;0.15)	0.34 (0.02;0.88)
Energi	0.06 (-0.24;0.23)	0.00 (-0.25;0.22)	0.10 (-0.12;0.15)
Udvinding	0.19 (-0.01;0.24)	0.75 (0.59;1.04)	0.00 (-0.32;0.22)
Fremstilling	0.37 (0.07;0.49)	0.00 (-0.14;0.11)	0.57 (0.24;0.87)
Søtransport	0.11 (-0.13;0.24)	0.00 (-0.76;0.47)	0.00 (-0.23;0.12)
Tjenester	0.00 (-0.90;0.27)	0.06 (-0.06;0.14)	0.00 (-0.35;0.39)

Anm.: Viser estimaterne fordelt på brancher og nest ved at anvende IWLO som rentevariabel. 5% og 95% percentiler i parantes.

ling, hvor vi fandt substitution i forhold til materialer (R), er relativt robust over for den kortere estimationsperiode. Det andet hovedresultat, at udvindingsbranchen har en højere elasticitet ift. bygninger genfindes også, omend punkttestimatet er under 1, ligesom i tabel 3. Igen findes en lav elasticitet mellem K og L i tjenester. Mest bemærkelsesværdigt er elasticiteteten mellem K og L i energibranchen, der stiger fra 0,04 ved den fulde tidsperiode til 1,67 med data fra 1983. Dette passer dog fint overens med det umiddelbare indtryk fra dataserierne i figur 8, der viser, at de relative priser og mængder følges tæt fra 1980 og frem.

Endeligt undersøger vi robustheden af vores “identificerende antagelse”, dvs. trægheden i teknologisk udvikling. Foruden de tilladte værdier i vores hovedanalyse, udvides grænseværdierne for  $\lambda$  her til at være mellem 10 og 10.000. Resultaterne af elasticiteterne som funktion af  $\lambda$  er vist i tabel 12-18 i appendiks D. Vi observerer generelt at de lave elasticiteter er relativt upåvirkede af det inverse støj-signal forhold. I nests såsom (KLB)R i byggeribranchen er der dog betydelig variation i elasticiteten, der varierer fra 0,19 når  $\lambda = 10$  til 0,93 når  $\lambda = 10.000$ . Elasticiteten er typisk stigende i værdien af  $\lambda$ , hvilket passer fint overens med, at når processen for teknologi er fleksibel så tilskrives den største del af variation i relative mængder teknologisk udvikling frem for forskydninger i de relative priser. Tilsvarende mønster gør sig gældende i nestene med moderate KL elasticiteter, f.eks. fremstilling, der stiger fra 0,08 til 0,42. Desuden medfører størstedelen af de forskellige værdier af  $\lambda$  til en velspecificeret model, hvormed valget af den optimale værdi er den, der maksimerer likelihood. Den bedste model i form af data fit er sjældent repræsenteret ved en meget stor grad af udglatning.

Tabel 4: Robusthed: Elasticiteter estimation fra 1983.

	(K)L	(KL)B	(KLB)R
Landbrug	0.00 (-0.27;0.31)	0.00 (-0.11;0.04)	0.00 (-0.14;0.04)
Byggeri	0.06 (-1.05;0.28)	0.00 (-0.36;0.10)	0.45 (0.03;0.75)
Energi	1.67 (1.31;3.22)	0.03 (-0.11;0.24)	0.00 (-0.28;-0.03)
Udvinding	0.14 (-0.59;0.28)	0.55 (0.37;0.90)	0.00 (-0.81;0.55)
Fremstilling	0.31 (-0.11;0.51)	0.00 (-0.17;0.05)	0.30 (-0.08;0.46)
Søtransport	0.00 (-0.34;0.21)	0.00 (-0.99;0.15)	0.00 (-0.28;0.12)
Tjenester	0.05 (-1.76;1.08)	0.00 (-0.13;0.12)	0.00 (-0.68;0.29)

Anm.: Viser estimaterne fordelt på brancher og nest ved data fra 1983 og frem. 5% og 95% percentiler i parantes.

## 6 Opsummering

Produktionssiden i MAKRO er karakteriseret ved en CES-produktionsfunktion, yderligere opdelt i en nestet struktur. Vi estimerer substitutionselasticiteterne mellem produktionsfaktorerne maskinkapital, arbejdskraft, bygningskapital samt materialer (dvs. energi- og materialeinput). CES-elasticiteterne i produktionsfunktionerne estimeres for alle MAKROs private brancher (pånær bolig), dvs. landbrug, byggeri, energi, udvinding, fremstilling, søtransport og tjenester. Som vores foretrukne modelspecifikation estimerer vi CES-elasticiteterne baseret på den fulde periode 1967-2017. Modellen estimeres på fejlkorrigeringsform for at tillade, at nogle produktionsfaktorer tilpasser sig trægt til et ønsket niveau, f.eks. pga. tilpasningsomkostninger. Teknologiske ændringer tillades at være tidsvarierende, men pålægges den restriktion, at det skal være en trægt proces. Tilgangen resulterer i velspecificerede modeller, baseret på en række økonometriske tests samt punkttestimater, der minder om lignende studier på dansk data. CES-elasticiteterne er dog bestemt med en vis usikkerhed. I flere brancher og nests findes generelt elasticiteter tæt på eller lig 0, hvilket muligvis kan skyldes en nedad bias grundet støjfyldte user cost udtryk eller en såkaldt aggregeringsbias. I fremtidigt arbejde vil det være interessant at undersøge dette nærmere.

## Litteratur

- Acemoglu, D. (2002). Directed technical change. *Review of economic studies*, 69(4):781–809.
- Chirinko, R. S. and Mallick, D. (2017). The substitution elasticity, factor shares, and the low-frequency panel model. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 9(4):225–253.
- Gustafsson, N. (2014). Estimation af faktorblokken med nye usercostudtryk inkl. egenfinansiering til jun14. Working paper, Danmarks Statistik, Modelgruppen.
- Kastrup, C. S. (2019). Directed technical change: Evidence from the oecd countries. *Seminar paper in Economic Growth*.
- Kastrup, C. S., Kronborg, A. F., and Stephensen, P. P. (2021). Estimating the constant elasticity of substitution subject to time-varying, nonlinear, technical change: The ceskalmann r-package. DREAM working paper series.
- Kronborg, A. F., Kastrup, C. S., and Stephensen, P. P. (2019). Estimating the Constant Elasticity of Substitution when Technical Change is Time-Varying: A Kalman Filtering Approach. Working paper, DREAM.
- Lemoine, M., Mazzi, G. L., Monperrus-Veroni, P., and Reynes, F. (2010). A new production function estimate of the euro area output gap. *Journal of forecasting*, 29:29–53.
- Muck, J. (2017). Elasticity of substitution between labor and capital: robust evidence from developed economies. NBP Working Paper No. 271. Economic Research Department, Narodowy Bank Polski.
- Thomsen, T. (2015). Klem-estimationer 1968-2013. Working paper, IntERACT model.

## A User cost

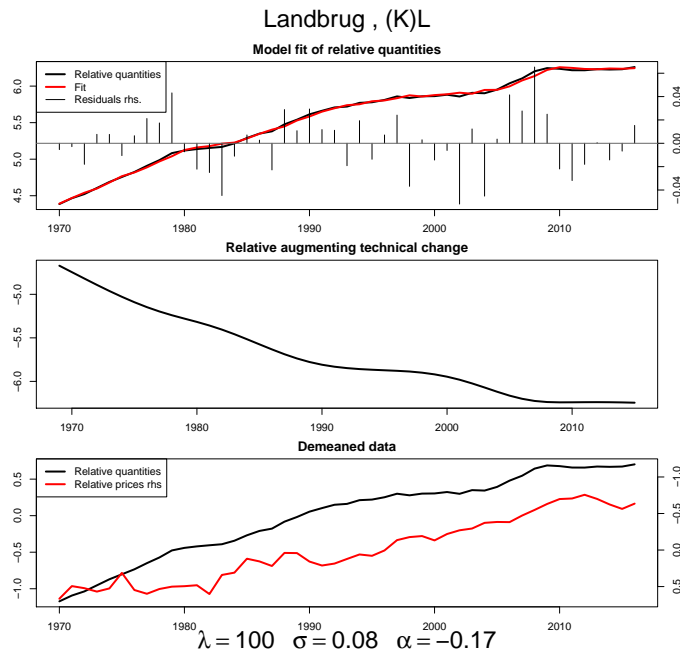
I beregningen af user cost skelnes der mellem maskin- og bygningskapital og der udregnes et user cost udtryk for begge kapitaltyper. User cost på kapital,  $p_{k,sp,t}^K$ , udledes fra virksomhedens maksimeringsproblem, hvor  $k$  er kapitaltype,  $sp$  er branche og  $t$  er tidsperiode. Udtrykket er givet ved:

$$P_{k,sp,t}^K = \frac{1}{1-t_t^{Selskab}} \cdot p_{k,sp,t-1}^I \cdot \left[ \left( 1 - t_t^{Selskab} \cdot \frac{x_{k,t}^{SkatAfskr}}{x_t^{VirKDisk} + r_{k,t}^{SkatAfskr}} \right) \left( x_t^{VirKDisk} + x_{k,sp,t}^{AfskrStatic} - \left( 1 - x_{k,sp,t}^{AfskrStatic} \right) gp_{k,sp,t}^{IStatic} \right) + \left( 1 - t_t^{Selskab} \right) t_{t,sp,t}^K \left( 1 + gp_{k,sp,t}^{IStatic} \right) - t_t^{Selskab} \cdot r_t^{Rente} \cdot x_{t-1}^{Laan2K} \right].$$

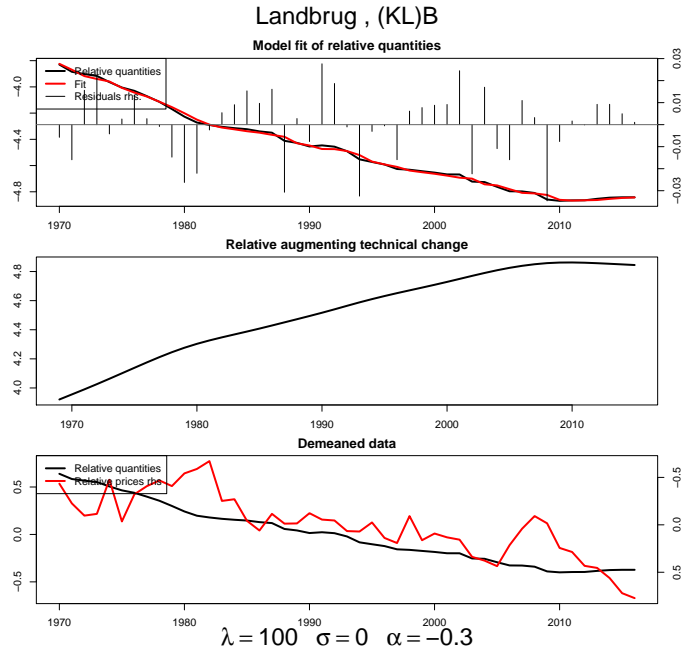
$t_t^{Selskab}$  er selskabsskattesats,  $p_{k,sp,t-1}^I$  er investeringsdeflator fordelt på brancher,  $x_{k,t}^{SkatAfskr}$  er skattemæssig afskrivningsrate,  $x_t^{VirKDisk}$  er selskabernes diskonteringsrate,  $x_{k,sp,t}^{AfskrStatic}$  er afskrivningsraten,  $gp_{k,sp,t}^{IStatic}$  er den forventede inflationsrate for investeringsprisen,  $r_t^{Rente}$  er obligationsrenten og  $x_{t-1}^{Laan2K}$  er andel af investeringer, som er gældsfinansierede. Dette er et udtryk for den statiske user cost, som ikke medtager installationsomkostninger.



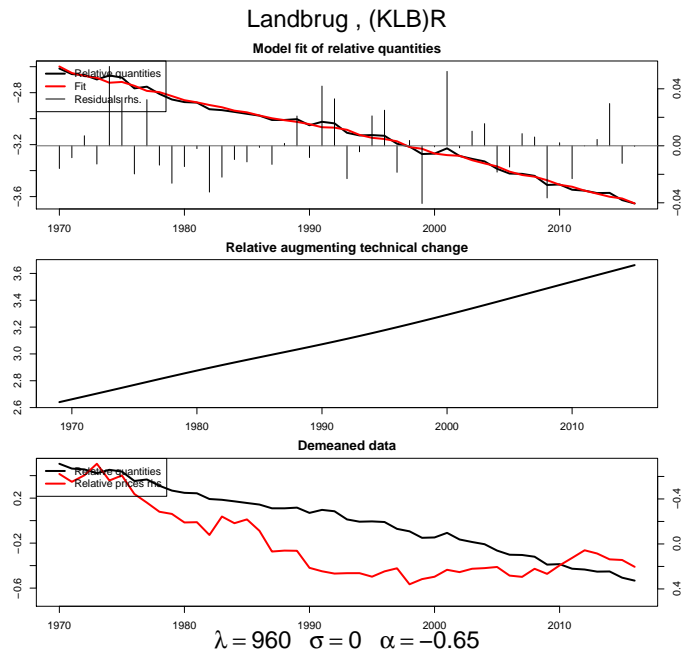
## B Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation



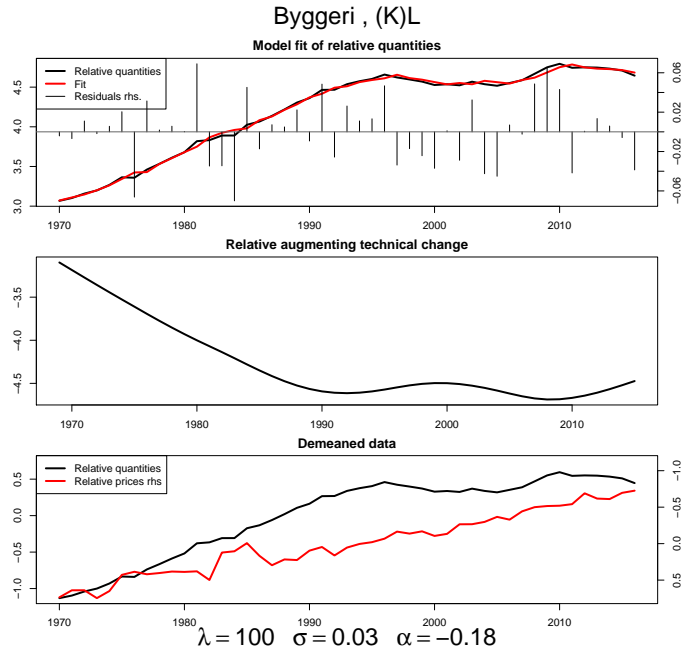
Figur 2: Landbrug: Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation i nest  $K(L)$ . Den øverste graf viser modellens fit af de relative mængder samt tilhørende residualer. Den midterste graf viser relative augmenterende teknologiske fremskridt,  $\log(\Gamma_{1t}/\Gamma_{2t})$ . Den nederste graf viser de relative mængder samt relative priser, begge fratrukket deres middelværdi. Priserne er vist som de inverse, dvs. hvis de følger hinanden er de negativt korrelerede.



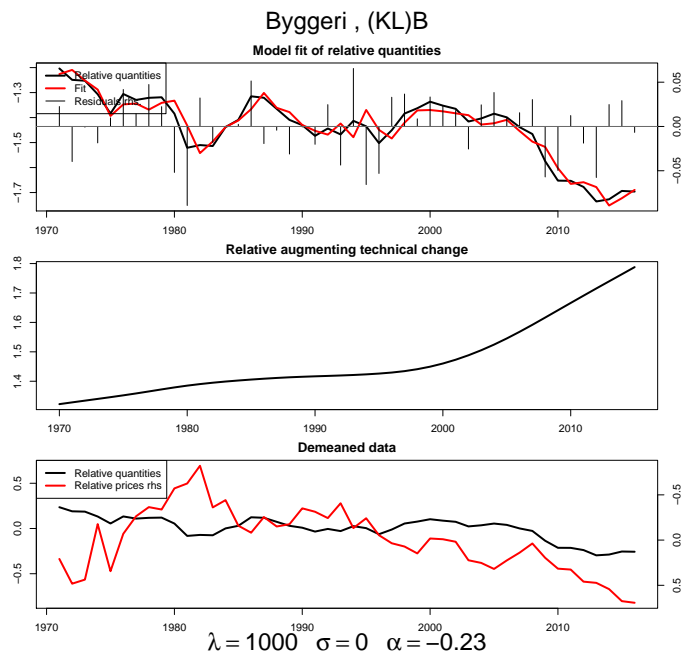
Figur 3: Landbrug: Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation i nest KL(B). Se figur 2 for beskrivelse.



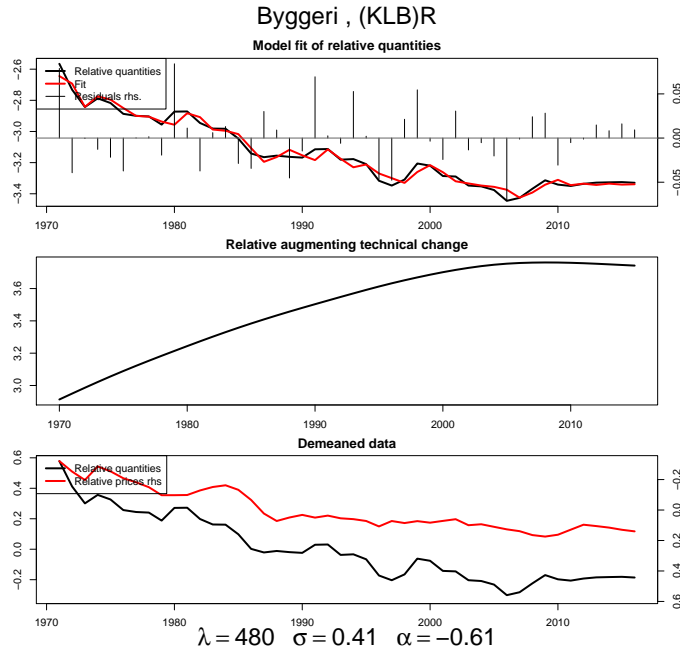
Figur 4: Landbrug: Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation i nest KLB(R). Se figur 2 for beskrivelse.



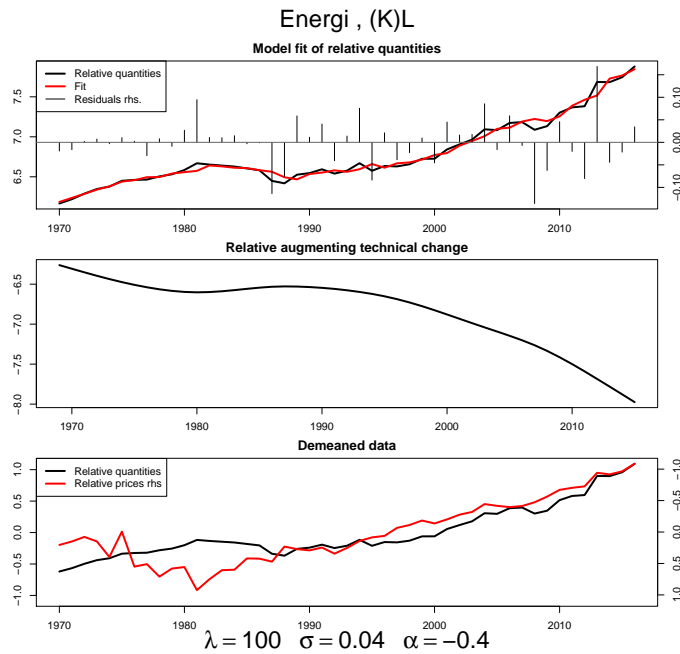
Figur 5: Byggeri: Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation i nest K(L). Se figur 2 for beskrivelse.



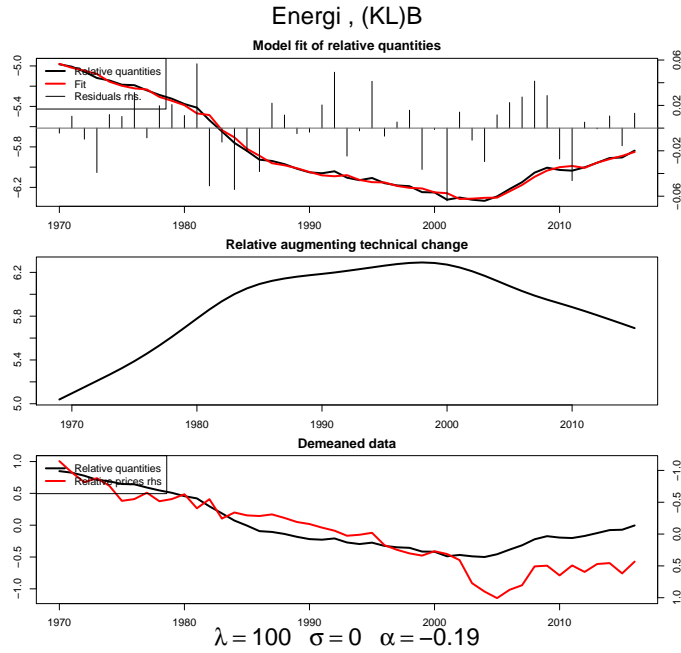
Figur 6: Byggeri: Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation i nest KL(B). Se figur 2 for beskrivelse.



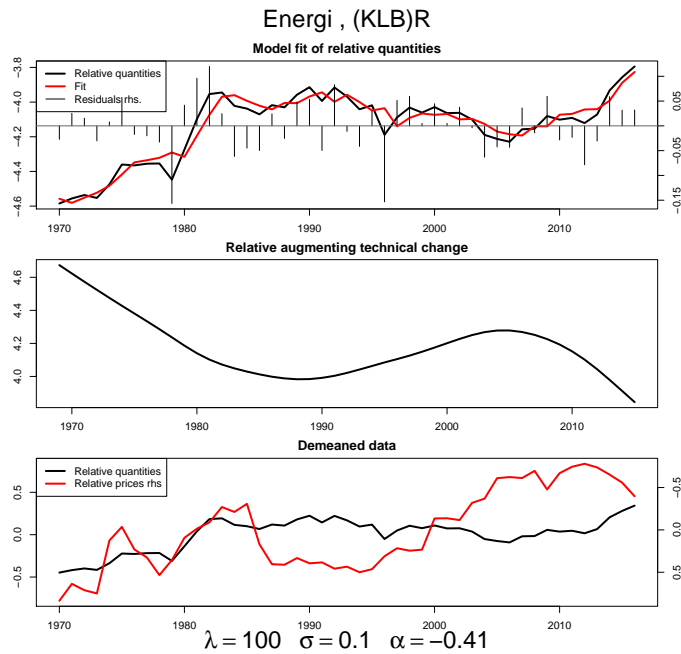
Figur 7: Byggeri: Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation i nest KLB(R). Se figur 2 for beskrivelse.



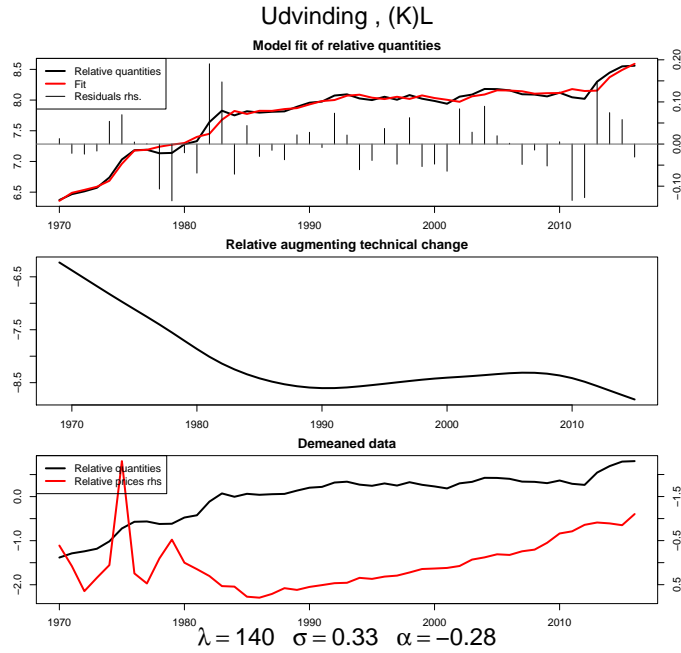
Figur 8: Energi: Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation i nest K(L). Se figur 2 for beskrivelse.



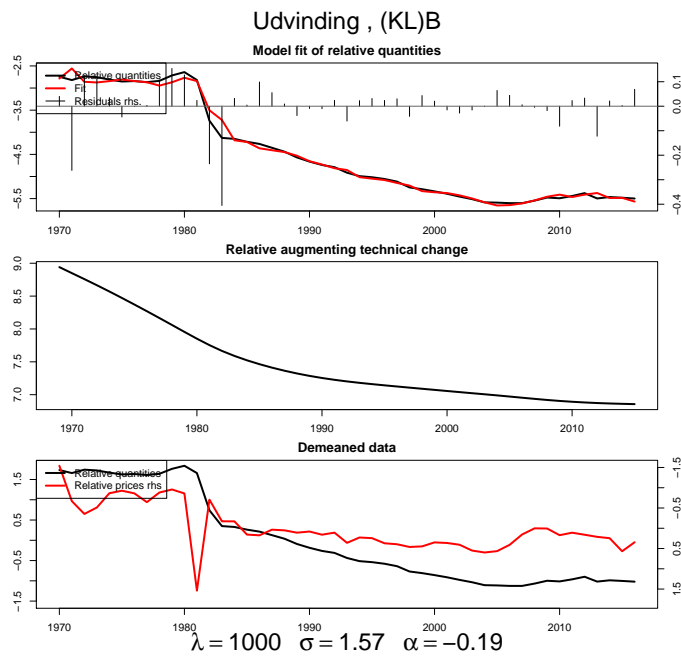
Figur 9: Energi: Grafisk output fra foretrukken modelspesifikasjon i nest KL(B). Se figur 2 for beskrivelse.



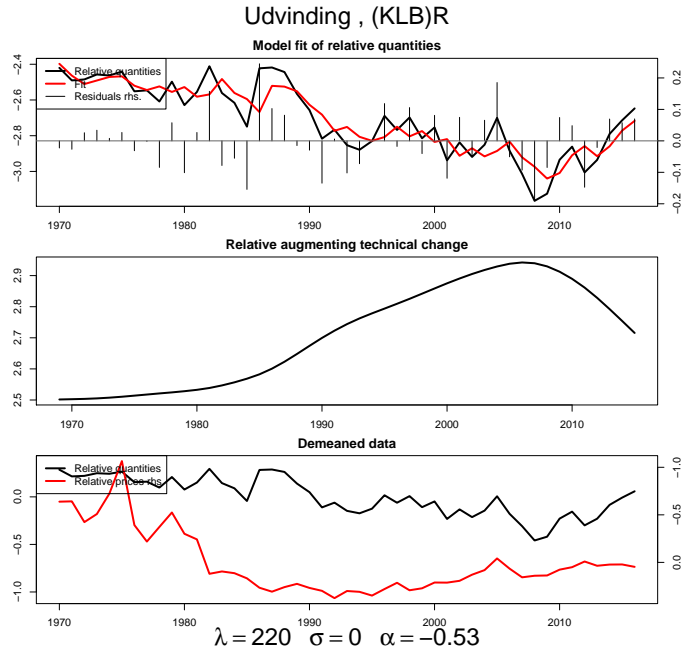
Figur 10: Energi: Grafisk output fra foretrukken modelspesifikasjon i nest KLB(R). Se figur 2 for beskrivelse.



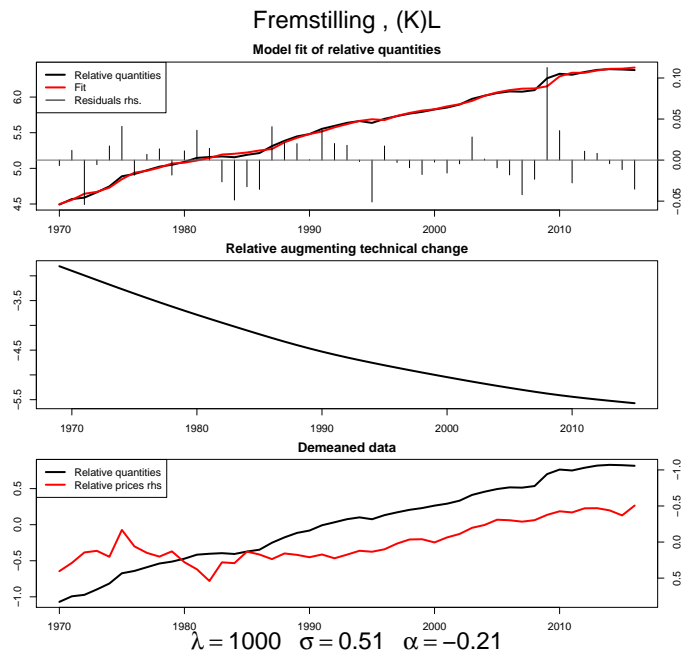
Figur 11: Udvinning: Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation i nest K(L). Se figur 2 for beskrivelse.



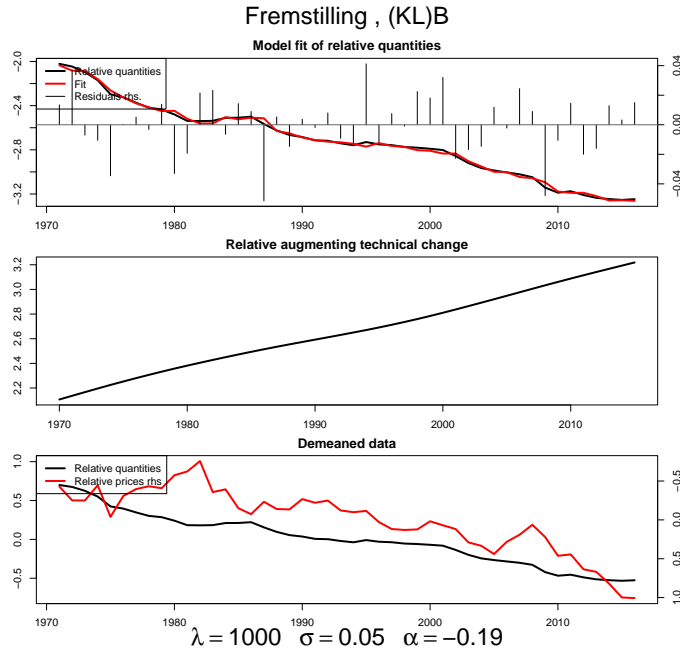
Figur 12: Udvinning: Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation i nest KL(B). Se figur 2 for beskrivelse.



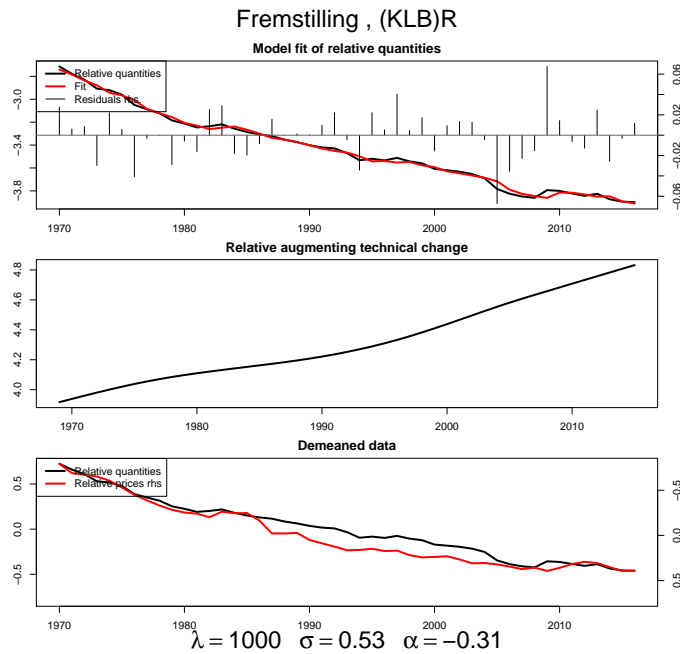
Figur 13: Udvinning: Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation i nest KLB(R). Se figur 2 for beskrivelse.



Figur 14: Fremstilling: Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation i nest K(L). Se figur 2 for beskrivelse.

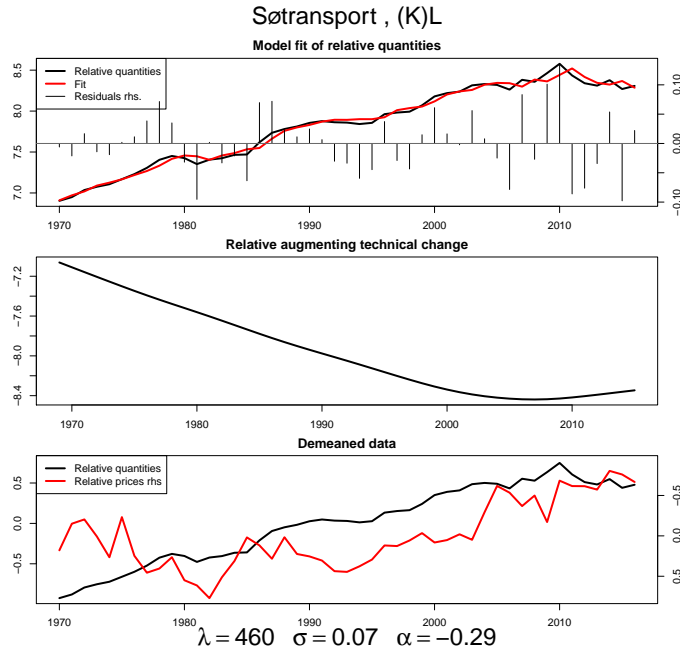


Figur 15: Fremstilling: Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation i nest KL(B). Se figur 2 for beskrivelse.

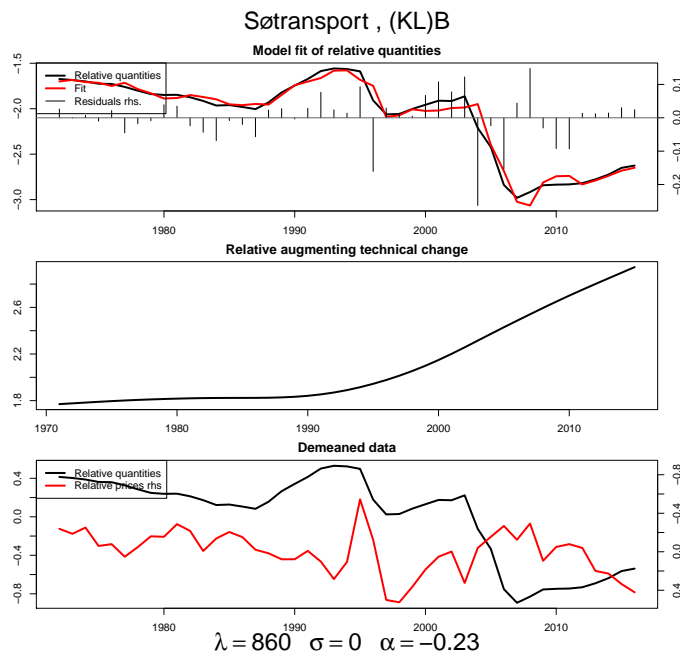


Figur 16: Fremstilling: Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation i nest KLB(R). Se figur 2 for beskrivelse.

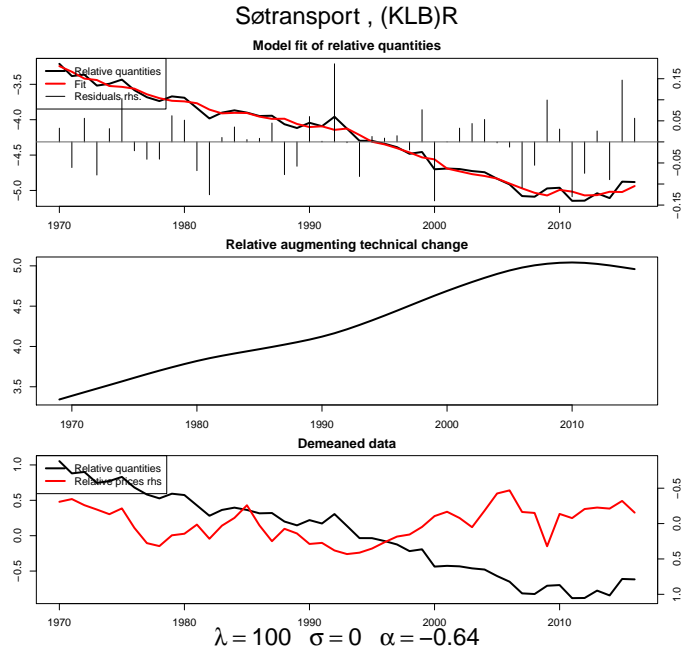




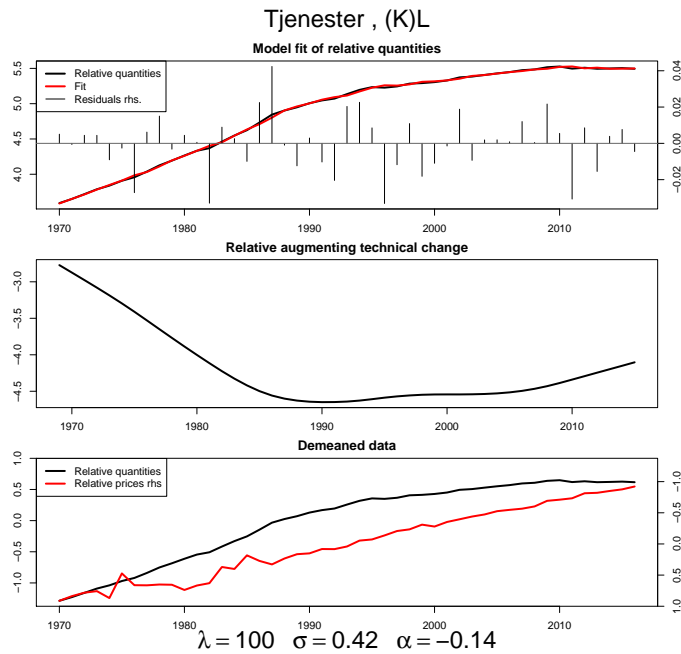
Figur 17: Sjøtransport: Grafisk output fra foretrukken modelspesifikasjon i nest K(L). Se figur 2 for beskrivelse.



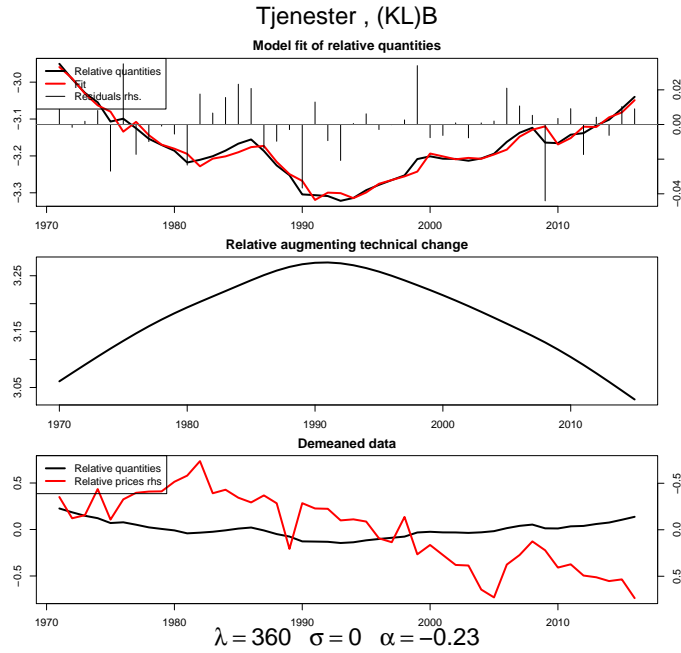
Figur 18: Sjøtransport: Grafisk output fra foretrukken modelspesifikasjon i nest KL(B). Se figur 2 for beskrivelse.



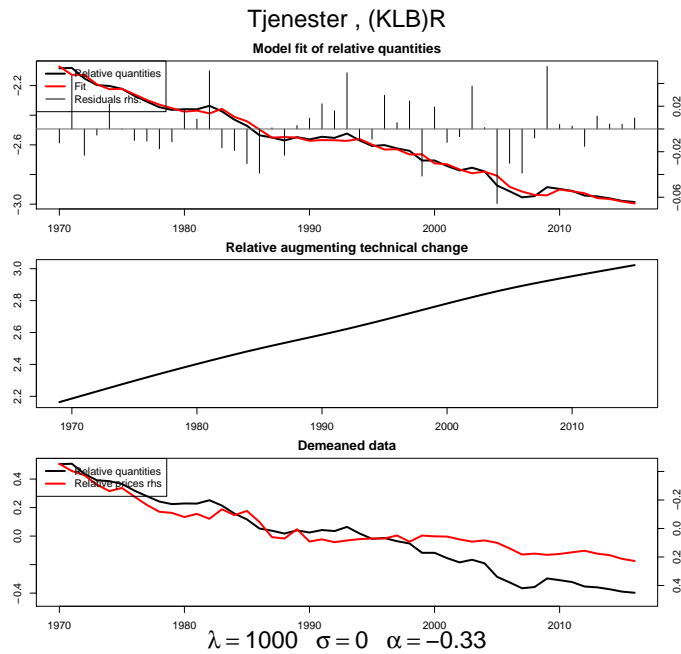
Figur 19: Sjøtransport: Grafisk output fra foretrukken modelspecificasjon i nest KLB(R). Se figur 2 for beskrivelse.



Figur 20: Tjenester: Grafisk output fra foretrukken modelspecificasjon i nest K(L). Se figur 2 for beskrivelse.



Figur 21: Tjenester: Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation i nest KL(B). Se figur 2 for beskrivelse.



Figur 22: Tjenester: Grafisk output fra foretrukken modelspecifikation i nest KLB(R). Se figur 2 for beskrivelse.

## C Detaljerede tabeller for estimationer (foretrukken modelspecifikation)

Tabel 5: Landbrugsbranche: Estimerede resultater i en ((KL)B)R nest struktur.

	(K)L	(KL)B	(KLB)R
$\sigma$	0.08 (-0.14;0.33)	0.00 (-0.10;0.01)	0.00 (-0.12;0.04)
$\alpha$	-0.17 (-0.53;-0.22)	-0.30 (-0.64;-0.32)	-0.65 (-0.93;-0.54)
nlags	0	0	0
Likelihood	116.91	140.98	129.87
$\lambda$	100.00	100.00	960.00
Autocorrelation	[ 0.12 ]	[ 0.50 ]	[ 0.84 ]
Heteroskedasticity	[ 0.21 ]	[ 0.97 ]	[ 0.65 ]
Normality	[ 0.94 ]	[ 0.17 ]	[ 0.10 ]
NIS	0.79	0.82	0.87

Anm.: Udtrykkene i parenteserne er henholdsvis nedre og øvre kritiske værdi på et 10% signifikansniveau. P-værdier for misspecifikations test er i kantede parenteser. De kritiske værdier for NIS er (0.68;1.37) på et 10% signifikansniveau.

Tabel 6: Byggeribranche: Estimerede resultater i en ((KL)B)R nest struktur.

	(K)L	(KL)B	(KLB)R
$\sigma$	0.03 (-0.47;0.42)	0.00 (-0.22;0.15)	0.41 (0.05;0.95)
$\alpha$	-0.18 (-0.42;-0.18)	-0.23 (-0.51;-0.19)	-0.61 (-0.89;-0.49)
nlags	0	1	1
Likelihood	103.81	98.21	101.44
$\lambda$	100.00	1000.00	480.00
Autocorrelation	[ 0.57 ]	[ 0.75 ]	[ 0.77 ]
Heteroskedasticity	[ 0.74 ]	[ 0.83 ]	[ 0.79 ]
Normality	[ 0.86 ]	[ 0.13 ]	[ 0.16 ]
NIS	0.78	0.82	0.78

Anm.: Udtrykkene i parenteserne er henholdsvis nedre og øvre kritiske værdi på et 10% signifikansniveau. P-værdier for misspecifikations test er i kantede parenteser. De kritiske værdier for NIS er (0.68;1.37) på et 10% signifikansniveau.

Tabel 7: Energibranche: Estimerede resultater i en ((KL)B)R nest struktur.

	(K)L	(KL)B	(KLB)R
$\sigma$	0.04 (-0.31;0.15)	0.00 (-0.25;0.21)	0.10 (-0.11;0.18)
$\alpha$	-0.40 (-0.67;-0.38)	-0.19 (-0.34;-0.17)	-0.41 (-0.68;-0.36)
nlags	0	0	0
Likelihood	82.73	112.80	80.05
$\lambda$	100.00	100.00	100.00
Autocorrelation	[ 0.35 ]	[ 0.74 ]	[ 0.66 ]
Heteroskedasticity	[ 0.23 ]	[ 0.35 ]	[ 0.60 ]
Normality	[ 0.05 ]	[ 0.51 ]	[ 0.08 ]
NIS	0.81	0.80	0.81

Anm.: Udtrykkene i parenteserne er henholdsvis nedre og øvre kritiske værdi på et 10% signifikansniveau. P-værdier for misspecifikations test er i kantede parenteser. De kritiske værdier for NIS er (0.68;1.37) på et 10% signifikansniveau.

Tabel 8: Udvindingsbranche: Estimerede resultater i en ((KL)B)R nest struktur.

	(K)L	(KL)B	(KLB)R
$\sigma$	0.33 (0.05;0.38)	1.57 (0.85;2.12)	0.00 (-0.32;0.26)
$\alpha$	-0.28 (-0.54;-0.27)	-0.19 (-0.33;-0.16)	-0.53 (-0.90;-0.49)
nlags	0	0	0
Likelihood	69.51	59.28	61.89
$\lambda$	140.00	1000.00	220.00
Autocorrelation	[ 0.29 ]	[ 0.14 ]	[ 0.97 ]
Heteroskedasticity	[ 0.59 ]	[ 0.21 ]	[ 0.26 ]
Normality	[ 0.36 ]	[ 0.00 ]	[ 0.74 ]
NIS	0.82	0.88	0.84

Anm.: Udtrykkene i parenteserne er henholdsvis nedre og øvre kritiske værdi på et 10% signifikansniveau. P-værdier for misspecifikations test er i kantede parenteser. De kritiske værdier for NIS er (0.68;1.37) på et 10% signifikansniveau.

Tabel 9: Fremstillingsbranche: Estimerede resultater i en ((KL)B)R nest struktur.

	(K)L	(KL)B	(KLB)R
$\sigma$	0.51 (0.10;0.70)	0.05 (-0.18;0.25)	0.53 (0.21;0.69)
$\alpha$	-0.21 (-0.49;-0.19)	-0.19 (-0.35;-0.15)	-0.31 (-0.63;-0.27)
nlags	0	1	0
Likelihood	112.98	118.18	125.15
$\lambda$	1000.00	1000.00	1000.00
Autocorrelation	[ 0.28 ]	[ 0.76 ]	[ 0.45 ]
Heteroskedasticity	[ 0.56 ]	[ 0.83 ]	[ 0.63 ]
Normality	[ 0.00 ]	[ 0.41 ]	[ 0.18 ]
NIS	0.87	0.81	0.87

Anm.: Udtrykkene i parenteserne er henholdsvis nedre og øvre kritiske værdi på et 10% signifikansniveau. P-værdier for misspecifikations test er i kantede parenteser. De kritiske værdier for NIS er (0.68;1.37) på et 10% signifikansniveau.

Tabel 10: Søtransportbranche: Estimerede resultater i en ((KL)B)R nest struktur.

	(K)L	(KL)B	(KLB)R
$\sigma$	0.07 (-0.15;0.21)	0.00 (-0.95;0.33)	0.00 (-0.20;0.12)
$\alpha$	-0.29 (-0.66;-0.31)	-0.23 (-0.44;-0.19)	-0.64 (-0.88;-0.50)
nlags	0	2	0
Likelihood	86.30	58.81	73.32
$\lambda$	460.00	860.00	100.00
Autocorrelation	[ 0.59 ]	[ 0.98 ]	[ 0.67 ]
Heteroskedasticity	[ 0.04 ]	[ 0.14 ]	[ 0.31 ]
Normality	[ 0.70 ]	[ 0.00 ]	[ 0.97 ]
NIS	0.85	0.75	0.80

Anm.: Udtrykkene i parenteserne er henholdsvis nedre og øvre kritiske værdi på et 10% signifikansniveau. P-værdier for misspecifikations test er i kantede parenteser. De kritiske værdier for NIS er (0.68;1.37) på et 10% signifikansniveau.

Tabel 11: Tjenestebranche: Estimerede resultater i en ((KL)B)R nest struktur.

	(K)L	(KL)B	(KLB)R
$\sigma$	0.42 (-0.08;0.84)	0.00 (-0.15;0.12)	0.00 (-0.29;0.41)
$\alpha$	-0.14 (-0.22;-0.10)	-0.23 (-0.36;-0.18)	-0.33 (-0.73;-0.29)
nlags	0	1	0
Likelihood	137.07	129.93	125.18
$\lambda$	100.00	360.00	1000.00
Autocorrelation	[ 1.00 ]	[ 0.13 ]	[ 0.55 ]
Heteroskedasticity	[ 0.13 ]	[ 0.92 ]	[ 0.84 ]
Normality	[ 0.70 ]	[ 0.25 ]	[ 0.92 ]
NIS	0.79	0.80	0.89

Anm.: Udtrykkene i parenteserne er henholdsvis nedre og øvre kritiske værdi på et 10% signifikansniveau. P-værdier for misspecifikations test er i kantede parenteser. De kritiske værdier for NIS er (0.68;1.37) på et 10% signifikansniveau.

## D Betydning af smoothing

Tabel 12: Landbrugsbranche: Sensitivitet over for forskellige grader af smoothness for teknologisk udvikling.

$\lambda$	$\sigma$	K(L)			$\sigma$	KL(B)			$\sigma$	KLB(R)		
		NIS	Auto	LV		NIS	Auto	LV		NIS	Auto	LV
10	0.01	0.68	0.53	119.03	0.00	0.73	0.83	141.61	0.09	0.78	0.28	125.56
50	0.03	0.76	0.29	117.41	0.00	0.80	0.61	141.10	0.08	0.79	0.59	126.58
100	0.08	0.79	0.12	116.91	0.00	0.82	0.50	140.98	0.07	0.80	0.76	126.55
500	0.01	0.75	0.05	103.11	0.00	0.90	0.40	140.64	0.02	0.88	0.95	126.16
1,000	0.03	0.75	0.05	102.16	0.00	0.91	0.38	140.47	0.00	0.91	0.84	129.87
10,000	0.00	0.80	0.80	104.03	0.00	0.94	0.39	139.83	0.00	0.92	0.82	129.20

Tabel 13: Byggeribranche: Sensitivitet over for forskellige grader af smoothness for teknologisk udvikling.

$\lambda$	$\sigma$	K(L)			$\sigma$	KL(B)			$\sigma$	KLB(R)		
		NIS	Auto	LV		NIS	Auto	LV		NIS	Auto	LV
10	0.12	0.64	0.02	88.81	0.00	0.77	0.41	99.64	0.19	0.80	0.28	99.76
50	0.02	0.76	0.29	104.32	0.00	0.81	0.12	99.75	0.35	0.77	0.78	100.12
100	0.03	0.78	0.57	103.81	0.00	0.80	0.41	97.61	0.36	0.78	0.79	100.77
500	0.08	0.82	0.71	102.92	0.00	0.81	0.64	98.16	0.42	0.78	0.78	101.44
1,000	0.10	0.82	0.53	102.35	0.00	0.82	0.75	98.21	0.51	0.78	0.81	101.30
10,000	10.16	0.87	0.25	100.78	0.00	0.83	0.99	98.05	0.93	0.81	0.73	100.24

Tabel 14: Energibranche: Sensitivitet over for forskellige grader af smoothness for teknologisk udvikling.

$\lambda$	$\sigma$	K(L)			$\sigma$	KL(B)			$\sigma$	KLB(R)		
		NIS	Auto	LV		NIS	Auto	LV		NIS	Auto	LV
10	0.11	0.73	0.20	82.88	0.12	0.68	0.21	112.27	0.17	0.75	0.89	79.20
50	0.03	0.79	0.40	82.83	0.00	0.78	0.91	113.34	0.12	0.80	0.65	80.04
100	0.04	0.81	0.35	82.73	0.00	0.80	0.74	112.80	0.10	0.81	0.66	80.05
500	0.13	0.84	0.29	82.18	0.00	0.83	0.37	111.52	0.10	0.81	0.72	78.98
1,000	0.26	0.85	0.28	81.93	0.00	0.82	0.29	110.62	0.15	0.82	0.65	78.30
10,000	1.77	0.89	0.28	81.33	1.77	0.86	0.15	106.47	0.46	0.88	0.43	77.27

Tabel 15: Udvindingsbranche: Sensitivitet over for forskellige grader af smoothness for teknologisk udvikling.

$\lambda$	$\sigma$	K(L)			$\sigma$	KL(B)			$\sigma$	KLB(R)		
		NIS	Auto	LV		NIS	Auto	LV		NIS	Auto	LV
10	0.23	0.76	0.88	68.11	0.85	0.78	0.56	54.52	0.10	0.78	0.65	59.60
50	0.29	0.81	0.40	69.22	1.21	0.84	0.27	56.64	0.04	0.82	0.91	61.22
100	0.32	0.82	0.31	69.47	1.34	0.86	0.22	57.43	0.01	0.83	1.00	61.63
500	0.47	0.83	0.26	69.20	1.53	0.88	0.15	58.89	0.00	0.85	0.97	61.52
1,000	0.76	0.85	0.27	68.95	1.57	0.88	0.14	59.28	0.00	0.86	0.95	61.21
10,000	2.99	0.89	0.24	68.59	1.87	0.88	0.14	59.62	0.03	0.88	0.65	61.52



Tabel 16: Fremstillingsbranche: Sensitivitet over for forskellige grader af smoothness for teknologisk udvikling.

$\lambda$	$\sigma$	K(L)			$\sigma$	KL(B)			$\sigma$	KLB(R)		
		NIS	Auto	LV		NIS	Auto	LV		NIS	Auto	LV
10	0.08	0.73	0.74	110.84	0.00	0.70	0.30	125.43	0.29	0.76	0.98	123.35
50	0.30	0.82	0.45	111.31	0.00	0.74	0.15	117.58	0.44	0.81	0.59	124.56
100	0.39	0.84	0.38	111.76	0.01	0.76	0.27	117.89	0.49	0.83	0.55	124.87
500	0.50	0.87	0.29	112.77	0.03	0.80	0.61	118.06	0.55	0.85	0.48	125.12
1,000	0.51	0.87	0.28	112.98	0.05	0.81	0.76	118.18	0.53	0.87	0.45	125.15
10,000	0.42	0.87	0.19	112.46	0.10	0.83	0.96	118.55	0.40	0.89	0.36	125.14

Tabel 17: Søtransportbranche: Sensitivitet over for forskellige grader af smoothness for teknologisk udvikling.

$\lambda$	$\sigma$	K(L)			$\sigma$	KL(B)			$\sigma$	KLB(R)		
		NIS	Auto	LV		NIS	Auto	LV		NIS	Auto	LV
10	0.00	0.74	0.98	87.70	0.00	0.69	0.18	64.94	0.00	0.80	0.58	72.23
50	0.02	0.82	0.75	85.45	0.00	0.70	0.48	58.56	0.00	0.81	0.66	73.53
100	0.05	0.84	0.67	85.86	0.00	0.72	0.64	58.63	0.00	0.80	0.67	73.32
500	0.07	0.85	0.58	86.30	0.00	0.75	0.96	58.79	0.00	0.83	0.82	72.07
1,000	0.09	0.85	0.62	86.23	0.00	0.75	0.96	58.81	0.00	0.85	0.94	71.59
10,000	0.01	0.88	0.61	83.60	0.00	0.77	0.72	58.23	0.00	0.90	0.66	70.87

Tabel 18: Tjenestebbranche: Sensitivitet over for forskellige grader af smoothness for teknologisk udvikling.

$\lambda$	$\sigma$	K(L)			$\sigma$	KL(B)			$\sigma$	KLB(R)		
		NIS	Auto	LV		NIS	Auto	LV		NIS	Auto	LV
10	0.06	0.73	0.64	137.40	0.00	0.70	0.94	131.28	0.00	0.78	0.68	122.43
50	0.29	0.78	0.85	137.40	0.00	0.77	0.20	132.79	0.00	0.84	0.95	123.83
100	0.42	0.79	1.00	137.07	0.00	0.73	0.08	119.21	0.00	0.85	0.86	124.29
500	0.71	0.79	0.49	135.31	0.00	0.80	0.15	129.90	0.00	0.88	0.63	124.94
1,000	0.72	0.81	0.29	134.27	0.00	0.80	0.20	129.71	0.00	0.89	0.55	125.18
10,000	0.00	0.85	0.86	126.16	0.00	0.85	0.68	128.81	0.00	0.93	0.43	125.83